FLEXÃO SIMPLES NA RUÍNA: TABELAS – CAPÍTULO 8

Libânio M. Pinheiro, Cassiane D. Muzardo, Sandro P. Santos

27 maio 2003

FLEXÃO SIMPLES NA RUÍNA: TABELAS

O emprego de tabelas facilita muito o cálculo de flexão simples em seção retangular.

Neste capítulo será revisto o equacionamento na flexão simples, com o objetivo de mostrar a obtenção dos coeficientes utilizados nas tabelas, além de mostrar o uso dessas tabelas.

8.1 EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Para o dimensionamento de peças na flexão simples, considera-se que as barras que constituem a armadura estão agrupadas, e se encontram concentradas no centro de gravidade dessas barras.

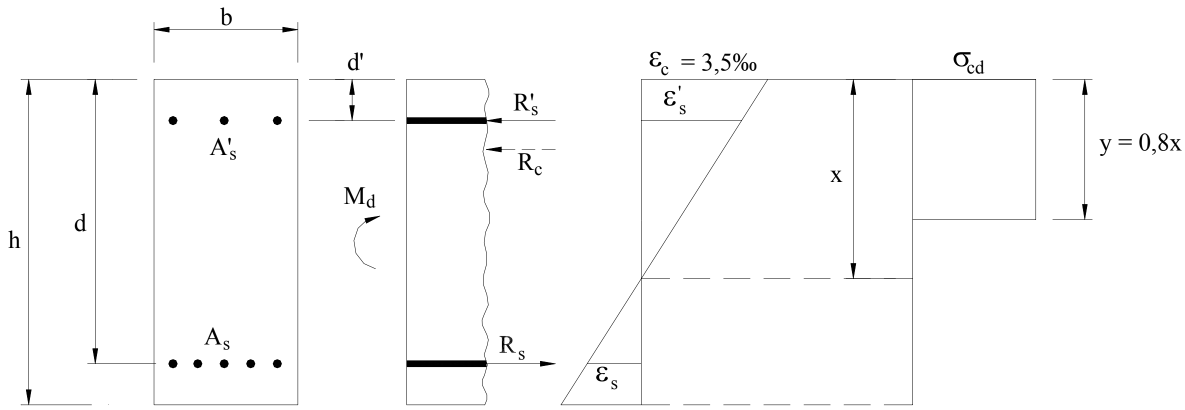

Figura 8.1 - Resistências e deformações na seção

Do equilíbrio de forças e de momentos (Figura 8.1), tem-se que:

$R_c + R'_s - R_s = 0$

$M_d = \gamma_f \cdot M_k = R_c \cdot (d - y/2) + R'_s \cdot (d - d')$

As resultantes no concreto e nas armaduras podem ser dadas por:

$R_c = b\ y\ \sigma_{cd} = b\ .\ 0{,}8\ .\ 0{,}85f_{cd} = 0{,}68\ bd\ \beta_x\ f_{cd}$

$R_s = A_s\ \sigma_s$

$R'_s = A'_s\ \sigma'_s$

Do diagrama retangular de tensão no concreto, tem-se que:

$y = 0{,}8x \quad \Rightarrow \quad d - y/2 = d\ (1 - 0{,}8x/2d) = d\ (1 - 0{,}4\beta_x)$

Substituindo-se esses valores nas equações de equilíbrio, obtêm-se:

$$0{,}68\ bd\ \beta_x\ f_{cd} + A'_s\ \sigma'_s - A_s\ \sigma_s = 0 \qquad (1)$$

$$M_d = 0{,}68\ bd^2\ \beta_x\ f_{cd}\ (1 - 0{,}4\beta_x) + A'_s\ \sigma'_s\ (d - d') \qquad (2)$$

8.1.1 Armadura Simples

No caso de armadura simples, considera-se $A'_s = 0$; portanto, as equações (1) e (2) se reduzem a:

$$0{,}68\ bd\ \beta_x\ f_{cd} - A_s\ \sigma_s = 0 \qquad (1')$$

$$M_d = 0{,}68\ bd^2\ \beta_x\ f_{cd}\ (1 - 0{,}4\ \beta_x) \qquad (2')$$

8.1.2 Armadura Dupla

Para armadura dupla tem-se $A'_s \neq 0$, sendo válidas as equações (1) e (2).

Quando, por razões construtivas, se tem uma peça cuja seção não pode ser aumentada, e seu dimensionamento não é possível nos domínios 2 e 3, resultando portanto no domínio 4, torna-se necessária a utilização de armadura dupla, uma parte da qual se posiciona na zona tracionada, e outra parte, na zona comprimida da peça.

Para o cálculo dessa armadura, limita-se o valor de β_x em β_{x34} e calcula-se o momento fletor máximo (M_1) que a peça resistiria com armadura simples. Com este valor calcula-se a correspondente área de aço tracionado (A_{s1}).

Como este valor do momento (M_1) é ultrapassado, calcula-se uma seção fictícia com armadura dupla e sem concreto, parte comprimida e parte tracionada, para resistir o restante do momento (M_2), obtendo-se a parcela A_{s2} da armadura tracionada e a armadura A'_s comprimida. No final, somam-se as duas armaduras tracionadas, calculadas separadamente.

8.2 EQUAÇÕES DE COMPATIBILIDADE

Para a resolução das equações de equilíbrio de forças e de momentos, necessita-se de equações que relacionem a posição da linha neutra e as deformações no aço e no concreto. Tais relações podem ser obtidas com base na Figura 8.2.

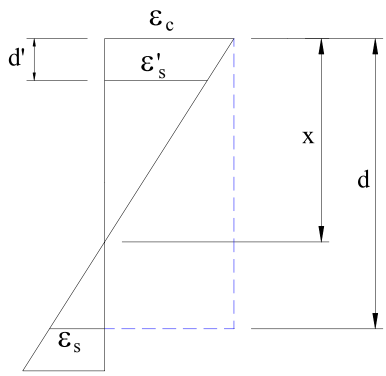

Figura 8.2 – Deformações no concreto e no aço

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{(d - x)} = \frac{\varepsilon'_s}{(x - d')}$$

$$\frac{\varepsilon_c}{\beta_x} = \frac{\varepsilon_s}{(1 - \beta_x)} = \frac{\varepsilon'_s}{(\beta_x - d'/d)} \qquad (3)$$

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \qquad (3a)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c (1 - \beta_x)}{\beta_x} \qquad (3b)$$

$$\varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_c (\beta_x - d'/d)}{\beta_x} \qquad (3c)$$

8.3 TABELAS PARA ARMADURA SIMPLES

Para facilitar o cálculo feito manualmente, pode-se desenvolver tabelas com coeficientes que reduzirão o tempo gasto no dimensionamento. Esses coeficientes serão vistos a seguir.

8.3.1 Coeficiente k_c

Por definição: $k_c = \dfrac{bd^2}{M_d}$

Da equação (2'), tem-se que:

$$k_c = \frac{bd^2}{M_d} = \frac{1}{0{,}68\beta_x f_{cd}(1 - 0{,}4\beta_x)}$$

$k_c = f(\beta_x, f_{cd})$, onde $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$

8.3.2 Coeficiente k_s

Este coeficiente é definido pela expressão: $k_s = \dfrac{A_s d}{M_d}$

Da equação (1') obtém-se que: $0{,}68\, bd\, \beta_x f_{cd} = A_s \sigma_s$.

Substituindo na equação (2'), tem-se:

$M_d = A_s \sigma_s d\, (1 - 0{,}4\beta_x)$

A partir desta equação, define-se o coeficiente k_s:

$$k_s = \frac{A_s d}{M_d} = \frac{1}{\sigma_s(1 - 0{,}4\beta_x)}$$

$k_s = f(\beta_x, \sigma_s)$; nos domínios 2 e 3, tem-se $\sigma_s = f_{yd}$.

Os valores de k_c e de k_s encontram-se na Tabela 1.1 (PINHEIRO, 1993).

8.4 TABELAS PARA ARMADURA DUPLA

Assim como para armadura simples, também foram desenvolvidas tabelas para facilitar o cálculo de seções com armadura dupla.

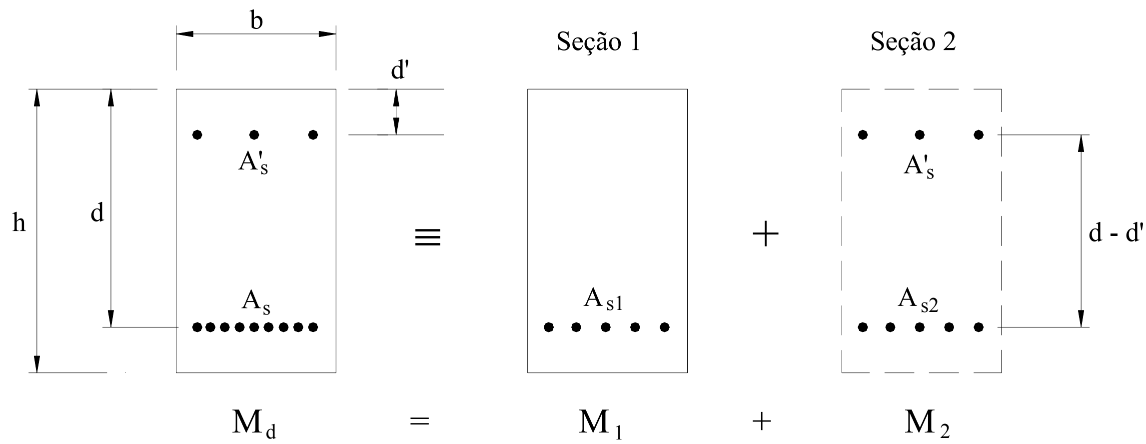

Figura 8.3 – Decomposição da seção para cálculo com armadura dupla

De acordo com a decomposição da seção (figura 8.3), tem-se:

Seção 1: Resiste ao momento máximo com armadura simples.

$M_1 = bd^2 / k_{clim}$, em que k_{clim} é o valor de k_c para $\beta_x = \beta_{x34}$

$As_1 = k_{slim}\, M_1 / d$

Seção 2: Seção sem concreto que resiste ao momento restante.

$M_2 = M_d - M_1$

$M_2 = A_{s2}\, f_{yd}\, (d - d') = A'_s\;\; \sigma'_s\, (d - d')$

8.4.1 Coeficiente k_{s2}

Da equação de equilíbrio da seção 2, resulta:

$$A_{s2} = \frac{1}{f_{yd}} \frac{M_2}{d - d'}$$

Fazendo $k_{s2} = \frac{1}{f_{yd}}$, tem-se:

$$A_{s2} = k_{s2} \frac{M_2}{d - d'}$$

$k_{s2} = f\ (f_{yd})$

8.4.2 Coeficiente k'$_s$

De modo análogo ao do item anterior, obtém-se:

$$A'_s = \frac{1}{\sigma'_s} \frac{M_2}{d - d'}$$

Fazendo $k'_s = \frac{1}{\sigma'_s}$, tem-se:

$$A'_s = k'_s \frac{M_2}{d - d'}$$

$k'_s = f\ (\sigma'_s) = f_1\ (f_{yd}, \sigma'_s) = f_2\ (f_{yd}, d'/h)$

8.4.3 Armadura Total

Os coeficientes k_{s2} e k'_s podem ser obtidos na Tabela 1.2 (PINHEIRO, 1993).

Armadura tracionada: $A_s = A_{s1} + A_{s2}$

Armadura comprimida: A'_s

8.5 EXEMPLOS

A seguir apresentam-se alguns exemplos sobre o cálculo de flexão simples.

8.5.1 EXEMPLO 1

Calcular a área de aço (A_s) para uma seção retangular. Dados:

Concreto classe C25

Aço CA-50

b = 30 cm

h = 45 cm

M_k = 170 kN.m

h – d = 3 cm

Solução:

d = 45 – 3 = 42 cm

$$k_c = \frac{bd^2}{M_d} = \frac{30 \cdot 42^2}{1{,}4 \cdot 17000} = 2{,}2 \rightarrow k_s = 0{,}028 \text{ - Tabela 1.1 (PINHEIRO, 1993)}$$

$$k_s = \frac{A_s\, d}{M_d}$$

$A_s = 0{,}028 \cdot 1{,}4 \cdot 17000 / 42$

$$\boxed{A_s = 15{,}87 \text{ cm}^2}$$

8.5.2 EXEMPLO 2

Dimensionar a seção do exemplo anterior para M_k = 315 kN.m e armadura dupla.

Dados:

d’ = 3 cm

$\beta_x = \beta_{x34}$

$$M_1 = \frac{bd^2}{k_{c\,lim}} = \frac{30 \times 42^2}{1{,}8} = 29400\text{kN.cm}$$ (Tabela 1.1, PINHEIRO, 1993)

$$A_{s1} = k_s \times \frac{M_1}{d} = 0{,}031 \times \frac{29400}{42} = 21{,}70\text{cm}^2$$

$M_2 = M_d – M_1 = 1{,}4 \,.\, 31500 – 29400 = 14700$ kN.cm

$$A_{s2} = k_{s2} \times \frac{M_2}{d - d'} = 0{,}023 \times \frac{14700}{42 - 3} = 8{,}67\text{cm}^2$$ (Tabela 1.2, PINHEIRO, 1993)

$$\frac{d'}{h} = \frac{3}{45} = 0{,}067 \Rightarrow k'_s = 0{,}023 \Rightarrow A's = 8{,}67\text{cm}^2$$ (Tabela 1.2, PINHEIRO, 1993)

$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 21{,}70 + 8{,}67 = 30{,}37$ cm²

A_s : 6 Ø 25 (A_{se} = 30 cm²) 2 camadas

8 Ø 22,2 (A_{se} = 31,04 cm²) 2 camadas

A'_s : 2 Ø 25 (A_{se} = 10 cm²)

3 Ø 20 (A_{se} = 9,45 cm²)

Solução adotada (Figura 8.4):

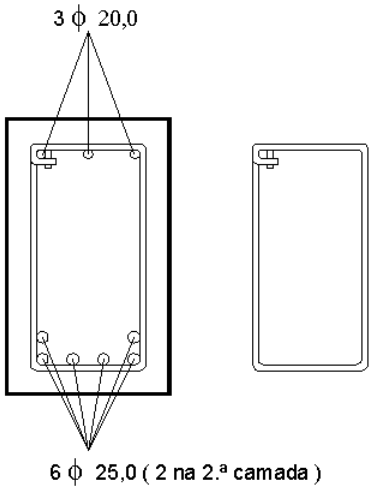

Figura 8.4 – Detalhamento da seção retangular