

LAJES MACIÇAS

Lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios. Apresenta-se, neste capítulo, o procedimento para o projeto de lajes retangulares maciças de concreto armado, apoiadas sobre vigas ou paredes. Esses apoios são admitidos indeslocáveis. Nos edifícios usuais, as lajes maciças têm grande contribuição no consumo de concreto: aproximadamente 50% do total.

11.1 VÃO LIVRE, VÃO TEÓRICO E CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES

No projeto de lajes, a primeira etapa consiste em determinar os vãos livres (ℓ_0), os vãos teóricos (ℓ) e a relação entre os vãos teóricos.

Vão livre é a distância livre entre as faces dos apoios. No caso de balanços, é a distância da extremidade livre até a face do apoio (Figura 1).

O vão teórico (ℓ) é denominado vão equivalente pela NBR 6118:2003, que o define como a distância entre os centros dos apoios, não sendo necessário adotar valores maiores do que:

- em laje isolada, o vão livre acrescido da espessura da laje no meio do vão;
- em vão extremo de laje contínua, o vão livre acrescido da metade da dimensão do apoio interno e da metade da espessura da laje no meio do vão.

Nas lajes em balanço, o vão teórico é o comprimento da extremidade até o centro do apoio, não sendo necessário considerar valores superiores ao vão livre acrescido da metade da espessura da laje na face do apoio.

Em geral, para facilidade do cálculo, é usual considerar os vãos teóricos até os eixos dos apoios (Figura 1).

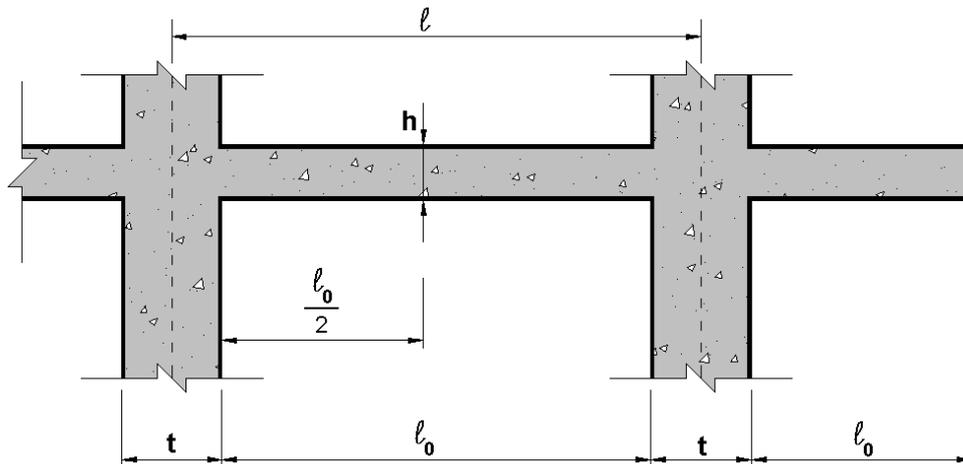


Figura 1 – Vão livre e vão teórico

Conhecidos os vãos teóricos considera-se l_x o menor vão, l_y o maior e $\lambda = l_y/l_x$ (Figura 2). De acordo com o valor de λ , é usual a seguinte classificação:

- $\lambda \leq 2 \rightarrow$ laje armada em duas direções;
- $\lambda > 2 \rightarrow$ laje armada em uma direção.

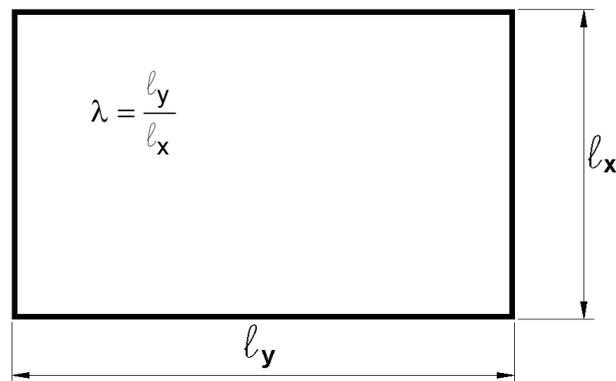


Figura 2 – Vãos teóricos l_x (menor vão) e l_y (maior vão)

Nas *lajes armadas em duas direções*, as duas armaduras são calculadas para resistir os momentos fletores nessas direções.

As denominadas *lajes armadas em uma direção*, na realidade, também têm armaduras nas duas direções. A armadura principal, na direção do menor vão, é calculada para resistir o momento fletor nessa direção, obtido ignorando-se a existência da outra direção. Portanto, a laje é calculada como se fosse um conjunto de vigas-faixa na direção do menor vão.

Na direção do maior vão, coloca-se armadura de distribuição, com seção transversal mínima dada pela NBR 6118:2003. Como a armadura principal é calculada para resistir à totalidade dos esforços, a armadura de distribuição tem o objetivo de solidarizar as faixas de laje da direção principal, prevendo-se, por exemplo, uma eventual concentração de esforços.

11.2 VINCULAÇÃO

A etapa seguinte do projeto das lajes consiste em identificar os tipos de vínculo de suas bordas.

Existem, basicamente, três tipos: *borda livre*, *borda simplesmente apoiada* e *borda engastada* (Tabela 1).

Tabela 1 – Representação dos tipos de apoio

Borda livre	Borda simplesmente apoiada	Borda engastada
- - - - -	—————	// // // // //

A *borda livre* caracteriza-se pela ausência de apoio, apresentando, portanto, deslocamentos verticais. Nos outros dois tipos de vinculação, não há deslocamentos verticais. Nas *bordas engastadas*, também as rotações são impedidas. Este é o caso, por exemplo, de lajes que apresentam continuidade, sendo o engastamento promovido pela laje adjacente.

Uma diferença significativa entre as espessuras de duas lajes adjacentes pode limitar a consideração de borda engastada somente para a laje com menor espessura, admitindo-se simplesmente apoiada a laje com maior espessura. É claro que cuidados devem ser tomados na consideração dessas vinculações, devendo-se ainda analisar a diferença entre os momentos atuantes nas bordas das lajes, quando consideradas engastadas.

Na Tabela 2 são apresentados alguns casos de vinculação, com bordas simplesmente apoiadas e engastadas. Nota-se que o comprimento total das bordas engastadas cresce do caso 1 até o 6, exceto do caso 3 para o 4A. Outros tipos de vínculos, incluindo bordas livres, são indicados nas Tabelas de Lajes.

Tabela 2 - Casos de vinculação das lajes

Caso	Vinculação	Caso	Vinculação	Caso	Vinculação
1		2A		2B	
Quatro bordas simplesmente apoiadas		Uma borda menor engastada		Uma borda maior engastada	
3		4A		4B	
Duas bordas adjacentes engastadas		Duas bordas menores engastadas		Duas bordas maiores engastadas	
5A		5B		6	
Uma borda maior apoiada		Uma borda menor apoiada		Quatro bordas engastadas	

As tabelas para dimensionamento das lajes, em geral, consideram as bordas livres, apoiadas ou engastadas, com o mesmo tipo de vínculo ao longo de toda a extensão dessas bordas. Na prática, outras situações podem acontecer, devendo-se utilizar um critério, específico para cada caso, para o cálculo dos momentos fletores e das reações de apoio.

Pode ocorrer, por exemplo, uma borda com uma parte engastada e a outra apoiada, como mostrado na Figura 3. Um critério aproximado, possível para este caso, é indicado na Tabela 3.

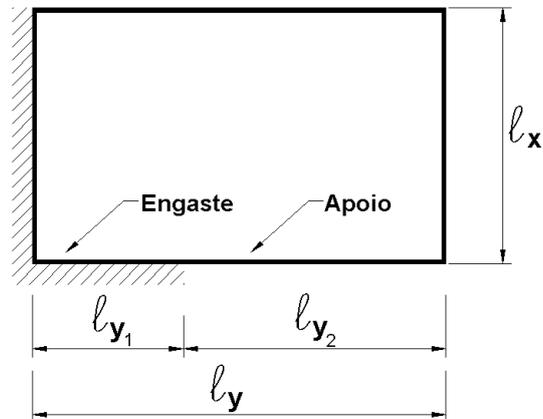


Figura 3 - Caso específico de vinculação

Tabela 3 – Critério para bordas com uma parte engastada e outra parte apoiada

$l_{y1} \leq \frac{l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente apoiada
$\frac{l_y}{3} < l_{y1} < \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Calculam-se os esforços para as duas situações – borda totalmente apoiada e borda totalmente engastada – e adotam-se os maiores valores no dimensionamento
$l_{y1} \geq \frac{2 \cdot l_y}{3}$	Considera-se a borda totalmente engastada

Se a laje do exemplo anterior fosse armada em uma direção, poderiam ser consideradas duas partes, uma relativa à borda engastada e a outra, à borda simplesmente apoiada. Portanto, seriam admitidas diferentes condições de vinculação para cada uma das partes, resultando armaduras também diferentes, para cada uma delas.

No caso de lajes adjacentes, como indicado anteriormente, vários aspectos devem ser analisados para se adotar o tipo de apoio, nos vínculos entre essas lajes.

Uma diferença significativa entre os momentos negativos de duas lajes adjacentes poderia levar à consideração de borda engastada para uma das lajes e simplesmente apoiada para a outra, em vez de engastada para ambas. Tais considerações são indicadas na Figura 4.

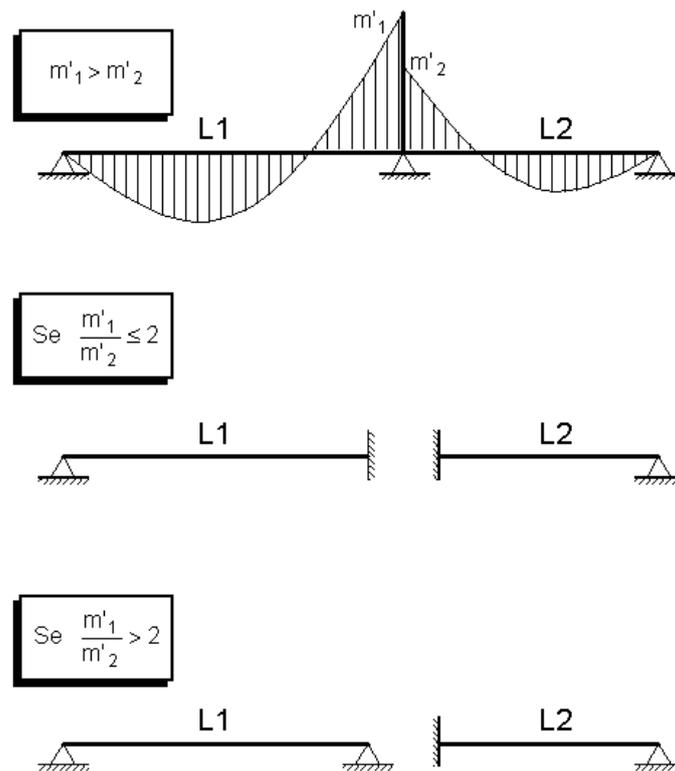


Figura 4 – Critério para considerar bordas engastadas

É importante salientar que critérios como este devem ser cuidadosamente analisados, tendo em conta a necessidade de garantir a segurança estrutural.

11.3 ESPESSURAS, COBRIMENTOS MÍNIMOS E PRÉ-DIMENSIONAMENTO

As espessuras das lajes e o cobrimento das armaduras devem estar de acordo com as especificações da NBR 6118:2003.

11.3.1 Espessuras mínimas

De acordo com a NBR 6118:2003), as espessuras das lajes devem respeitar os seguintes limites mínimos:

- 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- 15 cm para lajes com protensão.

11.3.2 Cobrimentos mínimos

São especificados também os valores mínimos de cobrimento para armaduras das lajes, de acordo com a agressividade do meio em que se encontram. Esses valores são dados na Tabela 4, extraída da NBR 6118:2003.

O valor de Δc que aparece nesta tabela é um acréscimo no valor do cobrimento mínimo das armaduras, sendo considerado como uma tolerância de execução. O cobrimento nominal é dado pelo cobrimento mínimo acrescido do valor da tolerância de execução Δc , que deve ser maior ou igual a 10 mm.

Tabela 4 – Cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$

Tipo e Componente de Estrutura	Classe de agressividade ambiental (Tabela 1 da Norma)			
	I	II	III	IV**
	Cobrimento nominal (mm)			
Laje* de Concreto Armado	20	25	35	45

* Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete de madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos, e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo item 7.4.7.5 (NBR 6118:2003) respeitando um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

** Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

11.3.3 Pré-dimensionamento da altura útil e da espessura

A NBR 6118 (2001) não especifica critérios de pré-dimensionamento. Para lajes retangulares com bordas apoiadas ou engastadas, a altura útil d (em cm) pode ser estimada por meio da expressão:

$$d = (2,5 - 0,1 n) \ell^*/100$$

n é o número de bordas engastadas;

ℓ^* é o menor valor entre ℓ_x e $0,7\ell_y$.

Para lajes em balanço, pode ser usado o critério da NBR 6118 (1978):

$$d = \frac{l_x}{\Psi_2 \Psi_3}$$

Os coeficientes Ψ_2 e Ψ_3 dependem da vinculação e do tipo de aço, respectivamente. Podem ser encontrados nas Tabelas de Lajes.

Esta segunda expressão também pode ser utilizada para lajes que não estejam em balanço. Porém, para lajes usuais de edifícios, costumam resultar espessuras exageradas. A primeira expressão é mais adequada nesses casos.

11.4 ESFORÇOS

Nesta etapa consideram-se: ações, reações de apoio e momentos fletores.

11.4.1 Ações

As ações devem estar de acordo com as normas NBR 6120 e NBR 6118.

Nas lajes geralmente atuam, além do seu peso próprio, pesos de revestimentos de piso e de forro, peso de paredes divisórias e cargas de uso.

Na avaliação do peso próprio, conforme item 8.2.2 da NBR 6118:2003, admite-se o peso específico de 25 kN/m^3 para o concreto armado.

As cargas relativas aos revestimentos de piso e da face inferior da laje dependem dos materiais utilizados. Esses valores se encontram na Tabela 8, no final deste capítulo.

As cargas de paredes apoiadas diretamente na laje podem, em geral, ser admitidas uniformemente distribuídas na laje.

Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto, pode ser admitida, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso por metro linear de parede pronta, observado o valor mínimo de 1 kN/m^2 .

Os valores das cargas de uso dependem da utilização do ambiente arquitetônico que ocupa a região da laje em estudo e, portanto, da finalidade da edificação (residencial, comercial, escritórios etc.).

Esses valores estão especificados na NBR 6120:1980, sendo os mais comuns indicados na Tabela 9, no final deste capítulo.

Podem, ainda, atuar cargas concentradas específicas. Esses casos, entretanto, não serão contemplados neste trabalho.

11.4.2 Reações de apoio

As ações atuantes nas lajes são transferidas para as vigas de apoio. Embora essa transferência aconteça com as lajes em comportamento elástico, o procedimento de cálculo proposto pela NBR 6118:2003 baseia-se no comportamento em regime plástico, a partir da posição aproximada das linhas de plastificação, também denominadas charneiras plásticas. Este procedimento é conhecido como *processo das áreas*.

a) Processo das áreas

Conforme o item 14.7.6.1 da NBR 6118:2003, permite-se calcular as reações de apoio de lajes retangulares sob carregamento uniformemente distribuído considerando-se, para cada apoio, carga correspondente aos triângulos ou trapézios obtidos, traçando-se, a partir dos vértices, na planta da laje, retas inclinadas de:

- 45° entre dois apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio engastado, se o outro for simplesmente apoiado;
- 90° a partir do apoio vinculado (apoiado ou engastado), quando a borda vizinha for livre.

Este processo encontra-se ilustrado nos exemplos da Figura 5. Com base nessa figura, as reações de apoio por unidade de largura serão dadas por:

$$v_x = \frac{p \cdot A_x}{l_y} \quad v'_x = \frac{p \cdot A'_x}{l_y} \quad v_y = \frac{p \cdot A_y}{l_x} \quad v'_y = \frac{p \cdot A'_y}{l_x} \quad (1)$$

- p → carga total uniformemente distribuída
 l_x, l_y → menor e maior vão teórico da laje, respectivamente
 v_x, v'_x → reações de apoio na direção do vão l_x
 v_y, v'_y → reações de apoio na direção do vão l_y
 A_x, A'_x etc. → áreas correspondentes aos apoios considerados
 $'$ → sinal referente às bordas engastadas

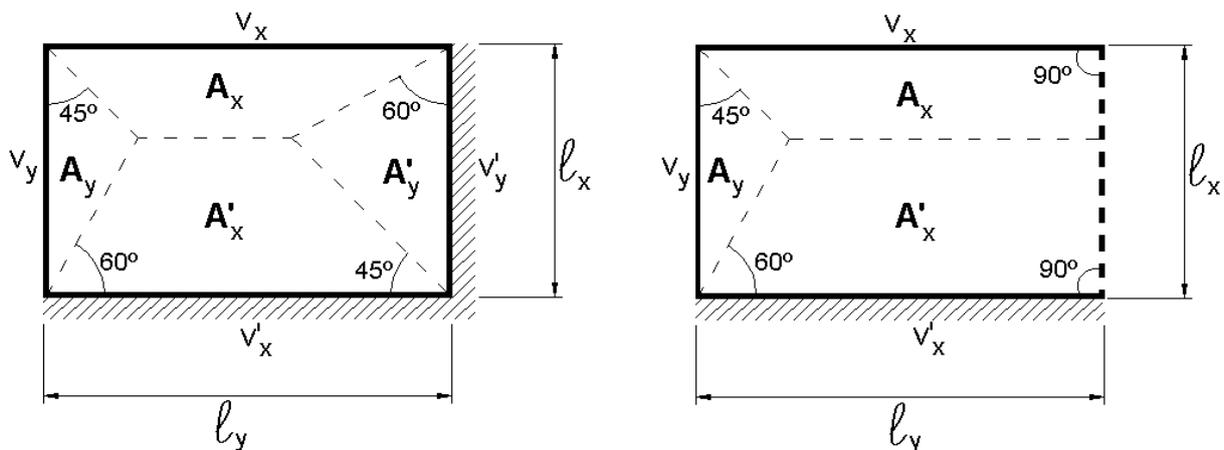


Figura 5 - Exemplos de aplicação do processo das áreas

Convém destacar que as reações de apoio v_x ou v'_x distribuem-se em uma borda de comprimento l_y e vice-versa.

As reações assim obtidas são consideradas uniformemente distribuídas nas vigas de apoio, o que representa uma simplificação de cálculo. Na verdade, as reações têm uma distribuição não uniforme, em geral com valores máximos na parte central das bordas, diminuindo nas extremidades. Porém, a deslocabilidade das vigas de apoio pode modificar a distribuição dessas reações.

b) Cálculo por meio de tabelas

O cálculo das reações pode ser feito mediante o uso das Tabelas de Lajes. Tais tabelas, baseadas no Processo das Áreas, fornecem coeficientes adimensionais (v_x, v'_x, v_y, v'_y), a partir das condições de apoio e da relação

$\lambda = l_y/l_x$ com os quais se calculam as reações, dadas por:

$$\begin{aligned}
 v_x &= v_x \frac{p l_x}{10} & v'_x &= v'_x \frac{p l_x}{10} \\
 v_y &= v_y \frac{p l_x}{10} & v'_y &= v'_y \frac{p l_x}{10}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

O fator de multiplicação depende de l_x e é o mesmo para todos os casos.

Para as lajes armadas em uma direção, as reações de apoio são calculadas a partir dos coeficientes adimensionais correspondentes à condição $\lambda = l_y/l_x > 2$.

Nas Tabelas de Lajes, foram feitas correções dos valores obtidos pelo *Processo das Áreas*, prevendo-se a possibilidade dos momentos nos apoios atuarem com intensidades menores que as previstas.

Quando isto ocorre, o alívio na borda apoiada, decorrente do momento na borda oposta, não acontece com o valor integral.

Para não correr o risco de considerar reações de apoio menores do que aquelas que efetivamente possam acontecer, os alívios foram consideradas pela metade.

11.4.3 Momentos fletores

As lajes são solicitadas essencialmente por momentos fletores e forças cortantes. O cálculo das lajes pode ser feito por dois métodos: o elástico, que será aqui utilizado, e o plástico, que poderá ser apresentado em fase posterior.

a) Cálculo elástico

O cálculo dos esforços solicitantes pode ser feito pela teoria clássica de placas delgadas (Teoria de Kirchhoff), supondo material homogêneo, isótropo, elástico e linear.

A partir das equações de equilíbrio, das leis constitutivas do material (Lei de Hooke) e das relações entre deslocamentos e deformações, fazendo-se as operações matemáticas necessárias, obtém-se a equação fundamental que rege o problema de placas – equação de Lagrange:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (5)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$w \rightarrow$ função que representa os deslocamentos verticais

$p \rightarrow$ carga total uniformemente distribuída

$D \rightarrow$ rigidez da placa à flexão

$E \rightarrow$ módulo de elasticidade

$h \rightarrow$ espessura da placa

$\nu \rightarrow$ coeficiente de Poisson

Uma apresentação detalhada da teoria de placas pode ser encontrada em TIMOSHENKO (1940).

Na maioria dos casos, não é possível determinar, de forma exata, uma solução para a equação diferencial (5) que, ainda, satisfaça às condições de contorno.

Em geral, recorre-se a processos numéricos para a resolução dessa equação, utilizando, por exemplo: diferenças finitas, elementos finitos, elementos de contorno ou analogia de grelha.

b) Cálculo por meio de tabelas

Esses processos numéricos também podem ser utilizados na confecção de tabelas, como as de Czerny e as de Bares, obtidas por diferenças finitas.

As tabelas 2.5 e 2.6 (Tabelas de Lajes), empregadas neste trabalho, foram baseadas nas de BARES (1972), com coeficiente de Poisson igual a 0,15.

O emprego dessas tabelas é semelhante ao apresentado para as reações de apoio. Os coeficientes tabelados (μ_x , μ'_x , μ_y , μ'_y) são adimensionais, sendo os momentos fletores por unidade de largura dados pelas expressões:

$$\begin{aligned}
 m_x &= \mu_x \cdot \frac{p \cdot \ell_x^2}{100} & m'_x &= \mu'_x \cdot \frac{p \cdot \ell_x^2}{100} \\
 m_y &= \mu_y \cdot \frac{p \cdot \ell_x^2}{100} & m'_y &= \mu'_y \cdot \frac{p \cdot \ell_x^2}{100}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$m_x, m'_x \rightarrow$ momentos fletores na direção do vão ℓ_x

$m_y, m'_y \rightarrow$ momentos fletores na direção do vão ℓ_y

Para as lajes armadas em uma direção, os momentos fletores são calculados a partir dos coeficientes adimensionais correspondentes à condição $\lambda = \ell_y/\ell_x$.

11.4.4 Compatibilização de momentos fletores

Os momentos fletores nos vãos e nos apoios também são conhecidos como momentos positivos e negativos, respectivamente.

No cálculo desses momentos fletores, consideram-se os apoios internos de lajes contínuas como perfeitamente engastados. Na realidade, isto pode não ocorrer.

Em um pavimento, em geral, as lajes adjacentes diferem nas condições de apoio, nos vãos teóricos ou nos carregamentos, resultando, no apoio comum, dois valores diferentes para o momento negativo. Esta situação está ilustrada na Figura 6. Daí a necessidade de promover a compatibilização desses momentos.

Na compatibilização dos momentos negativos, o critério usual consiste em adotar o maior valor entre a média dos dois momentos e 80% do maior. Esse critério apresenta razoável aproximação quando os dois momentos são da mesma ordem de grandeza.

Em decorrência da compatibilização dos momentos negativos, os momentos positivos na mesma direção devem ser analisados. Se essa correção tende a diminuir o valor do momento positivo, como ocorre nas lajes L1 e L4 da Figura 6, ignora-se a redução (a favor da segurança).

Caso contrário, se houver acréscimo no valor do momento positivo, a correção deverá ser feita, somando-se ao valor deste momento fletor a média das variações ocorridas nos momentos fletores negativos sobre os respectivos apoios, como no caso da laje L2 da Figura 6.

Pode acontecer da compatibilização acarretar diminuição do momento positivo, de um lado, e acréscimo, do outro. Neste caso, ignora-se a diminuição e considera-se somente o acréscimo, como no caso da laje L3 da Figura 6.

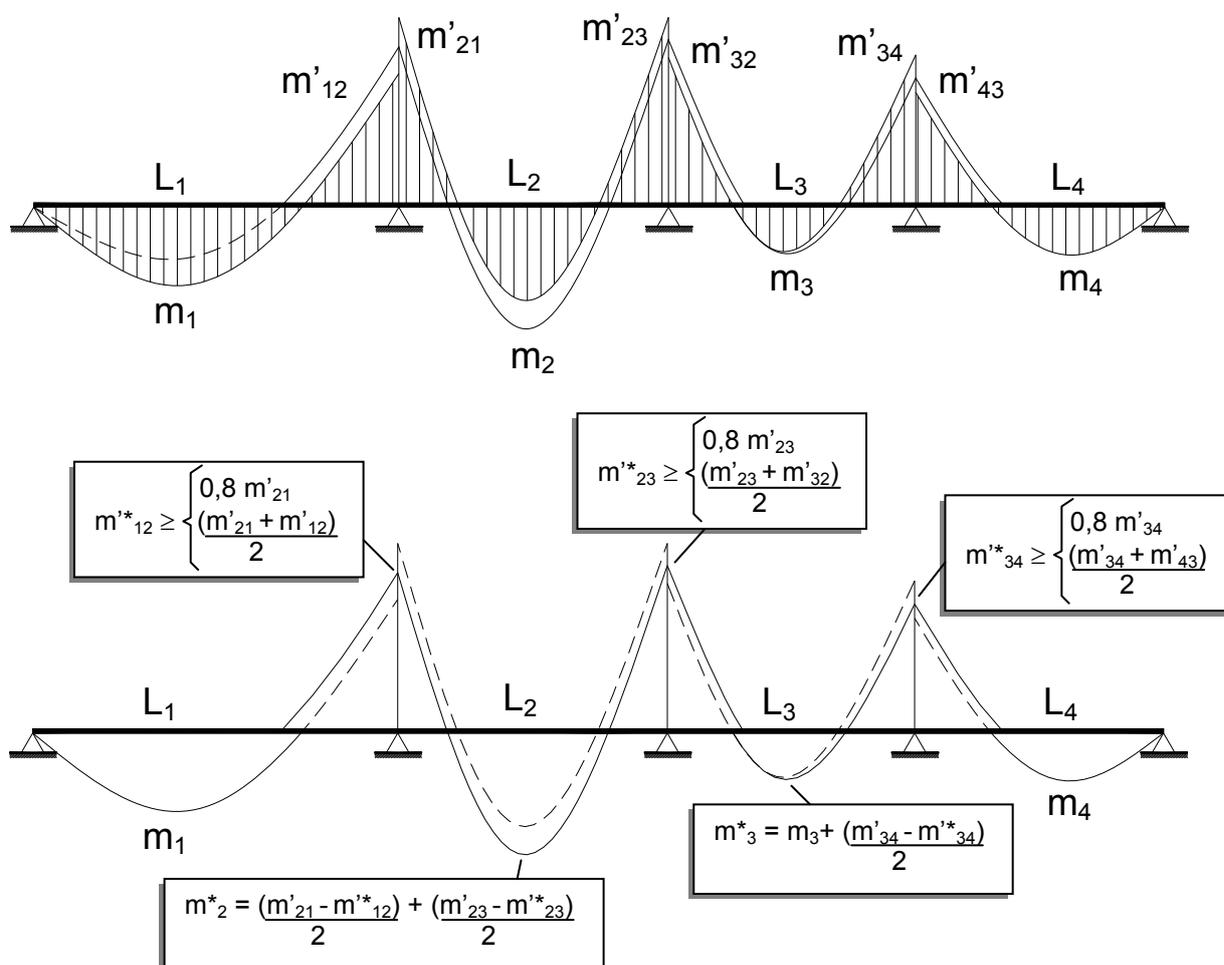


Figura 6 – Compatibilização de momentos fletores

Se um dos momentos negativos for muito menor do que o outro, por exemplo $m'_{12} < 0,5m'_{21}$, um critério melhor consiste em considerar L1 engastada e armar o apoio para o momento m'_{12} , admitindo, no cálculo da L2, que ela esteja simplesmente apoiada nessa borda.

11.5 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS

Conhecidos os momentos fletores característicos compatibilizados (m_k), passa-se à determinação das armaduras. Esse dimensionamento é feito da mesma forma que para vigas, admitindo-se a largura $b = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$. Obtém-se, dessa forma, uma armadura por metro linear.

Podem ser utilizadas as Tabelas Gerais, sendo a Tabela 1.1 para o cálculo das áreas necessárias das armaduras e a Tabela 1.4a para a escolha do diâmetro e do espaçamento das barras.

- Inicialmente, determina-se o momento fletor de cálculo, em kN.cm/m:

$$m_d = \gamma_f \cdot m_k, \quad \text{com } \gamma_f = 1,4$$

- Em seguida, calcula-se o valor do coeficiente k_c :

$$k_c = \frac{b_w d^2}{m_d}, \quad \text{com } b_w = 100 \text{ cm}$$

- Conhecidos o concreto, o aço e o valor de k_c , obtém-se, na Tabela 1.1, o valor de k_s .
- Calcula-se, então, a área de armadura necessária:

$$k_s = \frac{a_s d}{m_d} \quad \rightarrow \quad a_s = \frac{k_s m_d}{d}$$

- Na tabela 1.4a, com o valor de a_s , escolhe-se o diâmetro das barras e o seu espaçamento.

As armaduras devem respeitar os valores mínimos recomendados pela NBR 6118:2003, indicados nas tabelas 5 e 6, nas quais $\rho = a_s (b_w \cdot h)$.

Se for necessário calcular ρ_{\min} para fatores diferentes, pode-se usar a equação:

$$\rho_{\min} = \omega_{\min} \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \omega_{\min}: \text{ taxa mecânica mínima de armadura longitudinal}$$

Admitindo-se $b = 100 \text{ cm}$ e d em centímetros, obtém-se a_s em cm^2/m .

Tabela 5 – Valores mínimos para as armaduras

Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armaduras positivas de lajes armadas em duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq 20\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0,50\rho_{\min}$ $\rho_s \geq 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m}$

Tabela 6 – Valores de ρ_{\min}

f_{ck}	20	25	30	35	40	45	50
ω_{\min}	ρ_{\min} (%)						
0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
<p>Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$.</p> <p>Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado com base no valor de ω_{\min} dado.</p>							

Devem ser observadas outras prescrições da NBR 6118, algumas das quais são mencionadas a seguir:

- Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a $h/8$.
- As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a $2h$ ou 20 cm , prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores.
- A armadura secundária de flexão deve corresponder à porcentagem de armadura igual ou superior a 20% da porcentagem da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de no máximo 33 cm .

11.6 VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS

Na verificação da flecha de uma laje, considera-se: a existência de fissuras; o momento de inércia; as flechas imediata, diferida e total; e os valores limites.

11.6.1 Existência de fissuras

Durante a vida útil de uma estrutura, e mesmo durante sua construção, se atuar um carregamento que provoque um determinado estágio de fissuração, a rigidez correspondente a esse estágio ocorrerá para sempre.

Com a diminuição da intensidade do carregamento, as fissuras podem até fechar, mas nunca deixarão de existir.

a) Carregamento a considerar

Neste texto, a condição de fissuração será verificada para combinação rara.

Em lajes de edifícios em que a única ação variável é a carga de uso, o valor da combinação rara coincide com o valor total da carga característica.

Portanto, o momento fletor m_a na seção crítica resulta:

$$m_a = m_{d,rara} = m_r$$

Se fosse conhecido um carregamento de construção cujo momento fletor superasse m_k , deveria ser adotado o valor de m_a relativo a esse carregamento de construção.

b) Momento de fissuração

A peça será admitida fissurada se o momento m_a ultrapassar o momento de fissuração, dado por (item 17.3 da NBR 6118:2003):

$$m_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t}$$

$\alpha = 1,5$ para seção retangular

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \text{ (item 8.2.5 da NBR 6118, 2001)}$$

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \text{ (momento de inércia da seção bruta de concreto)}$$

$$y_t = \frac{h}{2} \text{ (distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada)}$$

No cálculo da resistência do concreto à tração direta f_{ct} , a NBR 6118:2003 não especifica o quantil a ser adotado. A opção pela resistência média (quantil de 50%) foi feita pelos autores.

11.6.2 Momento de Inércia

Com os valores de m_a e m_r , obtidos conforme o item anterior, duas situações podem ocorrer: $m_a \leq m_r$ e $m_a > m_r$.

a) $m_a \leq m_r$

Se m_a não ultrapassar m_r , admite-se que não há fissuras. Nesta situação, pode ser usado o momento de inércia da seção bruta de concreto I_c , considerado no item anterior.

b) $m_a > m_r$

No caso em que m_a ultrapassar m_r , considera-se que há fissuras na laje, embora partes da laje permaneçam sem fissuras, nas regiões em que o momento de fissuração não for ultrapassado. Neste caso poderá ser considerado o momento de inércia equivalente, dado por (item 17.3.1.1.1 da NBR 6118: 2003, adaptado):

$$I_{eq} = \left(\frac{m_r}{m_a} \right) I_c + \left[1 - \left(\frac{m_r}{m_a} \right)^3 \right] I_2$$

I_2 é o momento de inércia da seção fissurada - estágio II.

Para se determinar I_2 , é necessário conhecer a posição da linha neutra, no estágio II, para a seção retangular com largura $b = 100$ cm, altura total h , altura útil d e armadura a_s (em cm^2/m).

Considerando que a linha neutra passa pelo centro de gravidade da seção homogeneizada, x_2 é obtido por meio da equação:

$$\frac{bx^2}{2} - \alpha_e a_s (d - x) = 0$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$$

Conhecido x_2 obtém-se I_2 , dado por:

$$I_2 = \frac{bx^3}{3} + \alpha_e a_s (d - x)^2$$

11.6.3 Flecha Imediata

A flecha imediata a_i pode ser obtida por meio da tabela 2.2a (Tabelas de Lajes), com a expressão adaptada:

$$\alpha_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \ell_x^4}{E_c I_c}$$

α é o coeficiente adimensional tabelado, função do tipo de vinculação e de $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x}$;

$b = 100$ cm;

$p = g + \psi_2 q$ é o valor da carga para combinação quase permanente ($\psi_2 = 0,3$ para edifícios residenciais);

ℓ_x é o menor vão;

$E_c = E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$ (em MPa) é o módulo de elasticidade secante do concreto).

Se $m_a > m_r$, deve-se usar I_{eq} no lugar de I_c .

11.6.4 Flecha diferida

Segundo o item 17.3.1.1.2 da NBR 6118:2003, a flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração, em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado por:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b d}$$

A'_s é a armadura de compressão, no caso de armadura dupla;

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

ξ é um coeficiente em função do tempo, calculado pela expressão seguinte ou obtido diretamente na Tabela 7.

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 é a idade, em meses, relativa à aplicação da carga de longa duração.

Portanto, a flecha diferida a_f é dada por:

$$a_f = \alpha_f \cdot a_i$$

Tabela 7 – Valores de ξ e função do tempo (Tabela 21 da NBR 6118:2003)

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

11.6.5 Flecha total

A flecha total a_t pode ser obtida por uma das expressões:

$$a_t = a_i + a_f$$

$$a_t = a_i(1 + \alpha_f)$$

11.6.6 Flechas Limites

As flechas obtidas conforme os itens anteriores não devem ultrapassar os deslocamentos limites estabelecidos na Tabela 18 da NBR 6118:2003, na qual há várias situações a analisar.

Uma delas, que pode ser a situação crítica, corresponde ao limite para o deslocamento total, relativo à aceitabilidade visual dos usuários, dado por:

$$a_{\text{lim}} = \frac{l_x}{250}$$

11.7 VERIFICAÇÃO DO CISALHAMENTO

As forças cortantes, em geral, são satisfatoriamente resistidas pelo concreto, dispensando o emprego de armadura transversal.

A verificação da necessidade de armadura transversal nas lajes segundo a NBR 6118:2003 é dada em seu item 19.4.1.

Um exemplo dessa verificação encontra-se no Capítulo 12 Projeto de Lajes Maciças.

Em caso de necessidade de armadura transversal, ou seja, quando não se verifica a condição estabelecida no início deste item, aplicam-se, segundo a Norma, os critérios estabelecidos no seu item 17.4.2, relativo a elementos lineares, com resistência dos estribos obtida conforme o item 19.4.2 da NBR 6118:2003.

11.8 BARRAS SOBRE OS APOIOS

O comprimento das barras negativas deve ser determinado com base no diagrama de momentos fletores na região dos apoios.

Em edifícios usuais, em apoios de lajes retangulares que não apresentem bordas livres, os comprimentos das barras podem ser determinados de forma aproximada, com base no diagrama trapezoidal indicado na Figura 7, adotando-se para ℓ um dos valores:

- o maior entre os menores vãos das lajes adjacentes, quando ambas foram consideradas engastadas nesse apoio;
- o menor vão da laje admitida engastada, quando a outra foi suposta simplesmente apoiada nesse vínculo.

Com base nesse procedimento aproximado, são possíveis três alternativas para os comprimentos das barras, indicadas nas figuras 7a, 7b e 7c respectivamente.

a) Um só tipo de barra (Figura 7a)

Adota-se um comprimento a_1 para cada lado do apoio, com a_1 igual ao menor valor entre:

$$a_1 \geq \begin{cases} a_\ell + \ell_b \\ 0,25\ell + 10\phi \end{cases} \quad (\text{em geral, maior valor}) \quad (6)$$

$a_\ell = 1,5d \rightarrow$ deslocamento do diagrama (NBR 6118, 2001)

$\ell_b \rightarrow$ comprimento de ancoragem com gancho, dado na Tabela 1.5
(Tabelas Gerais)

$\phi \rightarrow$ diâmetro da barra

b) Dois tipos de barras (Figura 7b)

Consideram-se dois comprimentos de barras, com a_{21} e a_{22} dados pelos maiores valores entre:

$$a_{21} \geq \begin{cases} \frac{0,25l + a_\ell}{2} + l_b \\ 0,25l + 10\phi \quad (\text{em geral, maior valor}) \end{cases} \quad (7)$$

$$a_{22} \geq \begin{cases} a_\ell + l_b \\ \frac{0,25l + a_\ell}{2} + 10\phi \quad (\text{em geral, maior valor}) \end{cases} \quad (8)$$

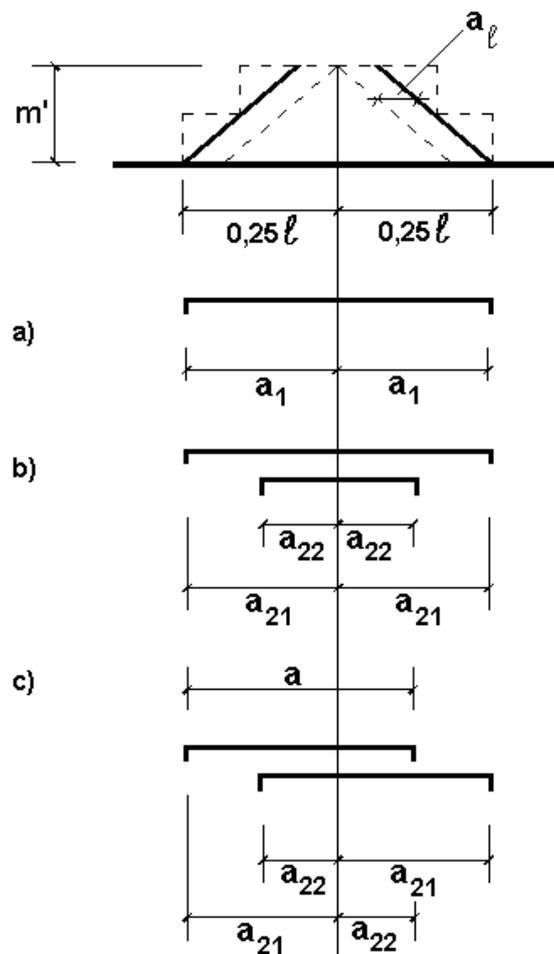


Figura 7 - Alternativas para as armaduras negativas

c) Barras alternadas de mesmo comprimento (Figura 7c)

Podem ser adotadas barras de mesmo comprimento, considerando na alternativa anterior as expressões que, em geral, conduzem aos maiores valores:

$$a = a_{21} + a_{22} = 0,25\ell + 10\phi + \frac{0,25\ell + a_{\ell}}{2} + 10\phi$$

$$a = \frac{3}{8}\ell + 20\phi + 0,75d \quad (9)$$

Pode-se estimar o comprimento das barras com o emprego da expressão (9) e posicioná-las, considerando os valores:

$$a_{21} = \frac{2}{3}a \quad a_{22} = \frac{1}{3}a \quad (10)$$

Em geral esses comprimentos são arredondados para múltiplos de 5 cm.

Para garantir o correto posicionamento das barras da armadura sobre os apoios, recomenda-se adotar, perpendicularmente a elas, barras de distribuição, com as mesmas áreas e espaçamentos indicados para armadura positiva secundária, na Tabela 5, no item 5 deste trabalho.

11.9 BARRAS INFERIORES

Considera-se que as barras inferiores estejam adequadamente ancoradas, desde que se estendam, pelo menos, de um valor igual a 10ϕ a partir da face dos apoios. Nas extremidades do edifício, elas costumam ser estendidas até junto a essas extremidades, respeitando-se o cobrimento especificado.

Nos casos de barras interrompidas fora dos apoios, seus comprimentos devem ser calculados seguindo os critérios especificados para as vigas. Podem ser adotados, também, os comprimentos aproximados e as distribuições indicadas na Figura 8.

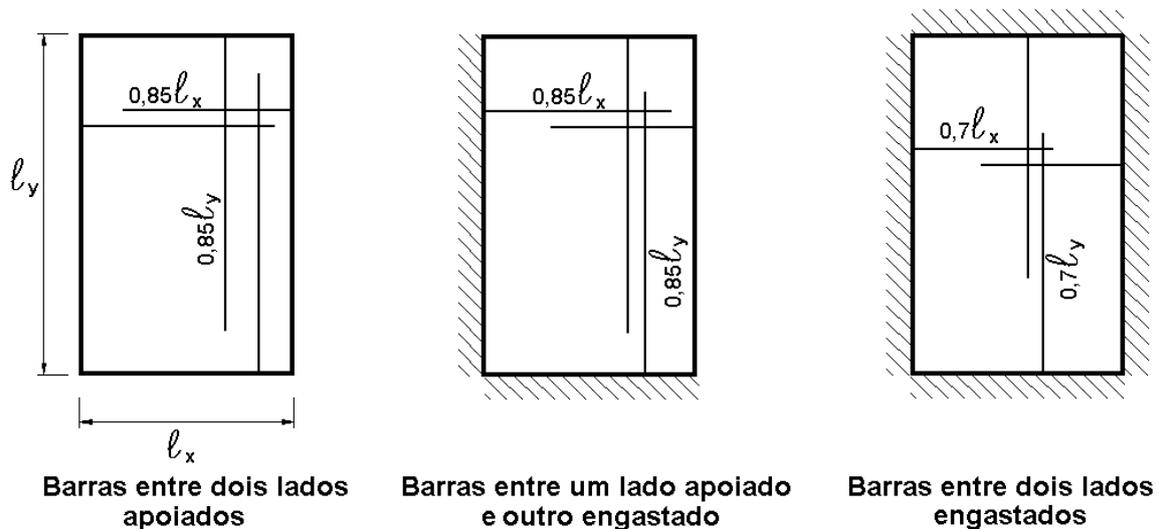


Figura 8 – Comprimentos e distribuição das barras inferiores

11.10 ARMADURA DE CANTO

Nos cantos de lajes retangulares, formados por duas bordas simplesmente apoiadas, há uma tendência ao levantamento provocado pela atuação de momentos volventes (momentos torçores).

Quando não for calculada armadura específica para resistir a esses momentos, deve ser disposta uma armadura especial, denominada *armadura de canto*, indicada na Figura 9.

A armadura de canto deve ser composta por barras superiores paralelas à bissetriz do ângulo do canto e barras inferiores a ela perpendiculares. Tanto a armadura superior quanto a inferior deve ter área de seção transversal, pelo menos, igual à metade da área da armadura no centro da laje, na direção mais armada.

As barras deverão se estender até a distância igual a $1/5$ do menor vão da laje, medida a partir das faces dos apoios. A armadura inferior pode ser substituída por uma malha composta por duas armaduras perpendiculares, conforme indicado na Figura 9.

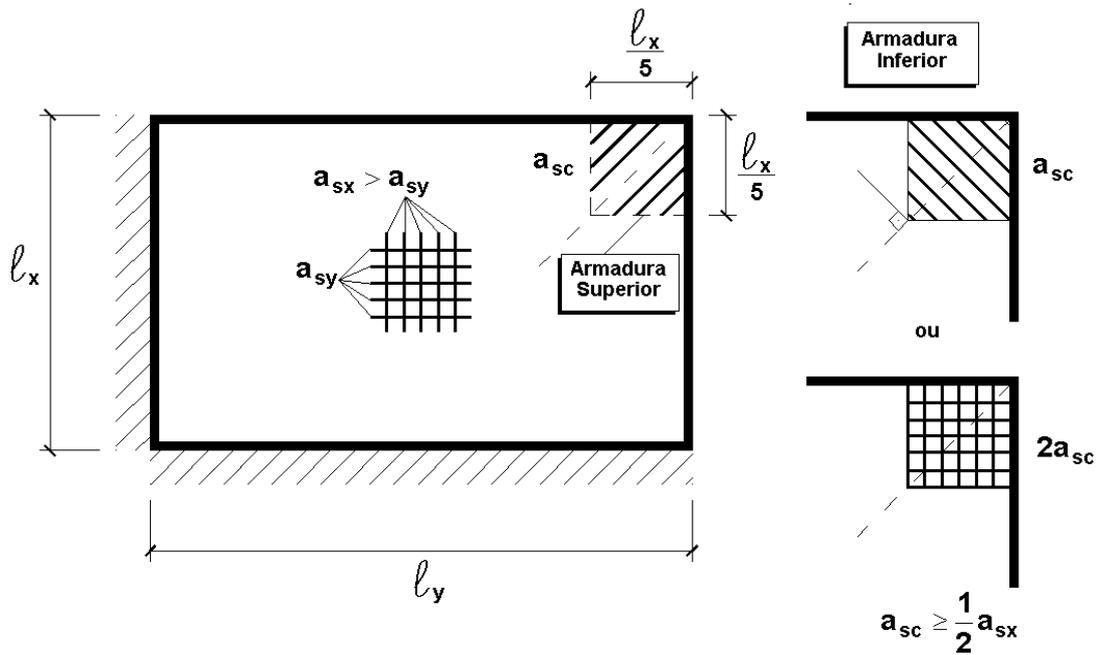


Figura 9 - Armadura de canto

Como em geral as barras da armadura inferior são adotadas constantes em toda a laje, não é necessária armadura adicional inferior de canto.

Já a armadura superior se faz necessária e, para facilitar a execução, recomenda-se adotar malha ortogonal superior com seção transversal, em cada direção, não menor que $a_{sx}/2$.

11.11 PESO DOS MATERIAIS E CARGAS DE USO

Os pesos de alguns materiais de construção e os valores mínimos de algumas cargas de uso são indicados nas tabelas 8 e 9.

Essas tabelas encontram-se nas páginas seguintes.

Tabela 8 – Peso específico dos materiais de construção

Materiais		Peso específico aparente kN/m ³
Rochas	Arenito	26
	Basalto	30
	Gnaisse	30
	Granito	28
	Mármore e calcáreo	28
Blocos artificiais	Blocos de argamassa	22
	Cimento amianto	20
	Lajotas cerâmicas	18
	Tijolos furados	13
	Tijolos maciços	18
	Tijolos sílico-calcáreos	20
Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25
Madeiras	Pinho, cedro	5
	Louro, imbuia, pau óleo	6,5
	Guajuvirá, guatambu, grápia	8
	Angico, cabriúva, ipê róseo	10
Metais	Aço	78,5
	Alumínio e ligas	28
	Bronze	85
	Chumbo	114
	Cobre	89
	Ferro fundido	72,5
	Estanho	74
	Latão	85
	Zinco	75
Materiais diversos	Alcatrão	12
	Asfalto	13
	Borracha	17
	Papel	15
	Plástico	21
	Vidro plano	26

Tabela 9 – Valores mínimos de cargas de uso

Local		kN/m ²
Arquibancadas		4
Bancos	Escritórios e banheiro	2
	Salas de diretoria e de gerência	1,5
Bibliotecas	Sala de leitura	2,5
	Sala para depósito de livros	4
	Sala com estantes de livros, a ser determinada, ou 2,5 kN/m ² por metro de altura, porém com mínimo de	6
Casas de máquinas	(incluindo máquinas) a ser determinada, porém com o mínimo de	7,5
Cinemas	Platéia com assentos fixos	3
	Estúdios e platéia com assentos móveis	4
	Banheiro	2
Clubes	Sala de refeições e de assembléia com assentos fixos	3
	Sala de assembléia com assentos móveis	4
	Salão de danças e salão de esportes	5
	Sala de bilhar e banheiro	2
Corredores	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2
Cozinhas não residenciais	A ser determinada em cada caso, porém com mínimo de	3
Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
	Dispensa, área de serviço e lavanderia	2
Escadas	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2,5
Escolas	Corredor e sala de aula	3
	Outras salas	2
Escritórios	Sala de uso geral e banheiro	2
Forros	Sem acesso ao público	0,5
Galerias de arte	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
Galerias de lojas	A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
Garagens e estacionamentos	Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de 25 kN por veículo	3
Ginásios de esportes		5
Hospitais	Dormitórios, enfermarias, salas de recuperação, de cirurgia, de raio X e banheiro	2
	Corredor	3
Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinada, porém com mínimo de	3
Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
Lojas		4
Restaurantes		3
Teatros	Palco	5
	Demais dependências: iguais às especificadas para cinemas	*
Terraços	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	2
	Inacessível a pessoas	0,5
Vestíbulo	Com acesso ao público	3
	Sem acesso ao público	1,5

BIBLIOGRAFIA

- BARES, R. (1972) *Tablas para el calculo de placas y vigas pared*. Barcelona, Gustavo Gili.
- CARVALHO, R.C.; FIGUEIREDO FILHO, J.R. (2007) *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR6118:2003*. 3.ed. São Carlos, EdUFSCar.
- NBR 6118:1978 *Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Normas Técnicas. (Versão substituída pela NBR 6118:2003)
- NBR 6118:2003 *Projeto de estruturas de concreto*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- NBR 6120:1980 *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- TIMOSHENKO, S.P. (1940) *Theory of plates and shells*. New York, McGraw-Hill. 492p.