

PROJETO DE LAJES MACIÇAS – CAPÍTULO 12

Libânio M. Pinheiro, Cassiane D. Muzardo, Sandro P. Santos, Marcos V. N. Moreira,
Thiago Catoia, Bruna Catoia

Março de 2010

PROJETO DE LAJES MACIÇAS

12.1 DADOS INICIAIS

A forma das lajes, com todas as dimensões necessárias, encontra-se no **Desenho C-1**, no final do capítulo. A partir desse desenho, obtêm-se os vãos efetivos (item 14.7.2.2 da **NBR 6118:2003**), considerados, neste texto, até os eixos dos apoios e indicados na **Figura 1**.

Outros dados: concreto C25, aços CA-50 ($\phi \geq 6,3$ mm) e CA-60 ($\phi = 5$ mm), cobrimento $c = 2$ cm (Tabela 6.1 da **NBR 6118:2003**, ambientes urbanos internos secos, e Tabela 7.2, classe de agressividade ambiental I).

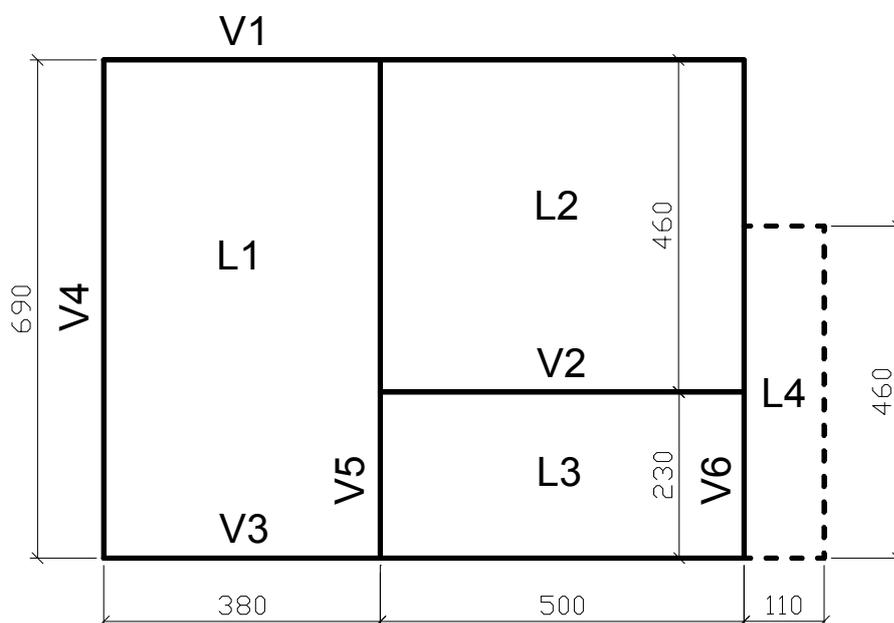


Figura 1 – Vãos até os eixos dos apoios

12.2 VINCULAÇÃO

No vínculo L1-L2, há continuidade entre as lajes e elas são de portes semelhantes: ambas serão consideradas engastadas. Pode-se considerar como de portes semelhantes as lajes em que, no vínculo em comum, o momento da menor seja superior à metade do momento da outra.

No vínculo L1-L3, a laje L1 é bem maior que L3. Esta pode ser considerada engastada, mas aquela não deve ser, pois o momento fletor proveniente da L1 provocaria, na L3, grandes regiões com momentos negativos, comportamento diferente do que em geral se considera para lajes de edifícios.

Portanto, será admitida para a L1 a vinculação indicada na **Figura 2**.

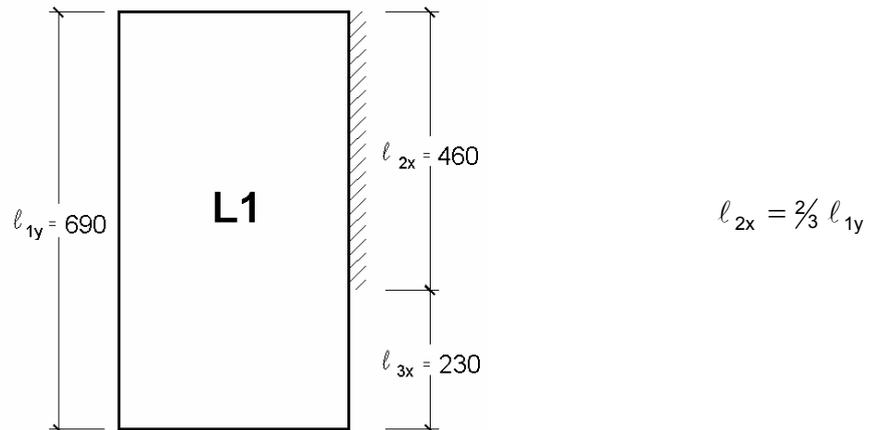


Figura 2 – Vínculos L1-L2 e L1-L3 (dimensões em centímetros)

Porém, como se verifica a condição $l_{2x} \geq \frac{2}{3} l_{1y}$, a laje L1 será calculada como se fosse engastada ao longo de toda essa borda.

No vínculo L2-L3, a laje L2 é bem maior que a L3. Esta será considerada engastada e aquela apoiada.

A laje L4 encontra-se em balanço, e não haverá equilíbrio se ela não for engastada.

Porém, ela não tem condições de receber momentos adicionais, provenientes das lajes vizinhas.

Portanto, as lajes L2 e L3 devem ser admitidas simplesmente apoiadas nos seus vínculos com a L4.

Em consequência do que foi exposto, resultam os vínculos indicados na **Figura 3**, e os tipos das lajes L1, L2, L3 e L4 são, respectivamente: 2B, 2A, 3 (ver a Tabela 2.1a, nas Tabelas de Lajes) e laje em balanço.

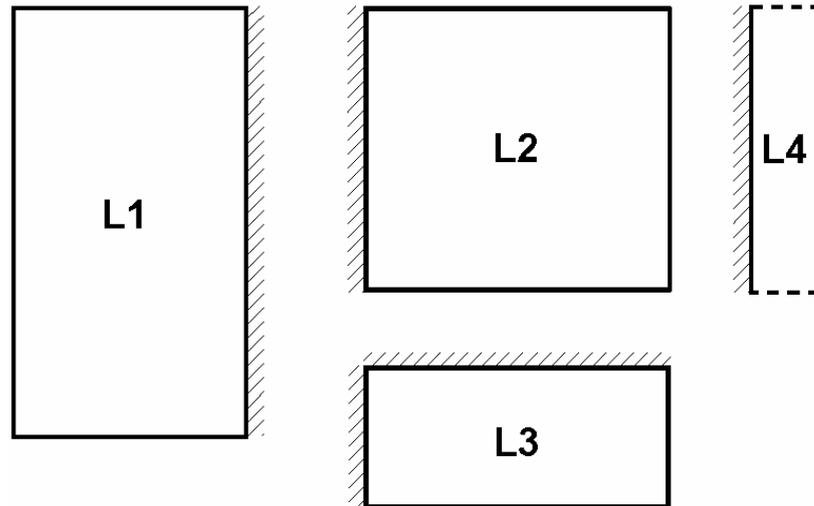


Figura 3 – Vínculos das lajes

12.3 PRÉ-DIMENSIONAMENTO

Conforme critério proposto por **MACHADO (2003)**, para lajes maciças com bordas apoiadas ou engastadas, a altura útil **d** pode ser estimada por meio da expressão (dimensões em centímetros):

$$d_{\text{est}} = (2,5 - 0,1n) \ell^* / 100$$

n é o número de bordas engastadas;

ℓ^* é o menor valor entre ℓ_x^* (menor vão) e $0,7\ell_y^*$.

A altura h pode ser obtida com a equação:

$$h = (d + c + \phi_\ell / 2)$$

Como $c = 2$ cm, e admitindo-se $\phi_\ell = 1,0$ cm (10 mm), diâmetro que em geral não é ultrapassado em lajes comuns de edifícios, resulta:

$$h = d + 2,5 \text{ cm}$$

O pré-dimensionamento das lajes L1, L2 e L3 está indicado na **Folha ML-1**, no final deste capítulo.

Para a laje L4 em balanço, pode ser adotado critério indicado nas tabelas 2.1a a 2.1c (ver Tabelas de Lajes). Na tabela 2.1a, para lajes maciças, considerando-se $1,15 \sigma_{sd} = 500 \text{ MPa}$ (CA-50), obtém-se $\psi_3 = 25$. Na tabela 2.1c, para lajes em balanço, $\psi_2 = 0,5$. Portanto, para a laje L4 resulta:

$$d_{est} = \frac{\ell_x}{\psi_2 \cdot \psi_3} = \frac{110}{0,5 \cdot 25} = 8,8 \text{ cm}$$

Será adotada a espessura $h = 10 \text{ cm}$ para todas as lajes. Naquelas em que $h_{adot} < h_{est}$, deverão ser verificadas as flechas.

12.4 AÇÕES, REAÇÕES E MOMENTOS FLETORES

Os cálculos de L1, L2 e L3 estão indicados na **Folha ML-2**, no final do capítulo. Para as reações de apoio e os momentos fletores, foram utilizadas as tabelas 2.2a a 2.2c e 2.3a a 2.3c (ver Tabelas de Lajes), respectivamente.

Importante:

Quando a posição das paredes for conhecida, e principalmente quando elas forem de alvenaria, seus efeitos devem ser cuidadosamente considerados, nos elementos que as suportam. Neste projeto, foi considerada uma carga de paredes divisórias de $1,0 \text{ kN/m}^2$, atuando nas lajes L1, L2 e L3.

O cálculo da laje L4 foi feito conforme o esquema indicado na **Figura 4**.

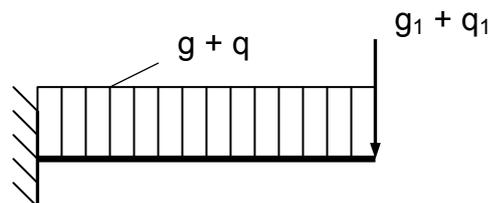


Figura 4 – Esquema da laje L4

Para esta laje, as cargas uniformemente distribuídas são:

$$g = g_{pp} + g_{p+r} = 2,50 + 1,00 = 3,50 \text{ kN/m}^2 ; \quad q = 3,00 \text{ kN/m}^2$$

$$p = g + q = 3,50 + 3,00 = 6,50 \text{ kN/m}^2$$

O valor da carga variável q deve ser adotado em função do uso da obra, de acordo com a **NBR 6120:1980**. Para edifícios residenciais, em geral $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$.

Na extremidade, será considerada uma mureta de $\frac{1}{2}$ tijolo de bloco cerâmico de oito furos ($1,9 \text{ kN/m}^2$), com $1,10 \text{ m}$ de altura, e uma carga variável de $2,0 \text{ kN/m}$.

$$g_1 = 1,9 \cdot 1,10 = 2,09 \text{ kN/m}; \quad q_1 = 2,00 \text{ kN/m}$$
$$p_1 = g_1 + q_1 = 2,09 + 2,00 = 4,09 \text{ kN/m}$$

Para esses carregamentos, a reação de apoio e o momento fletor sobre o apoio resultam, respectivamente:

$$r = p \cdot \ell + p_1 = 6,50 \cdot 1,10 + 4,09 = 11,24 \text{ kN/m}$$

$$m = \frac{p \cdot \ell^2}{2} + p_1 \cdot \ell = \frac{6,50 \cdot 1,10^2}{2} + 4,09 \cdot 1,10 = 8,43 \text{ kNm/m}$$

As reações de apoio das lajes podem ser indicadas dentro de semicírculos, como na **Folha ML-3**. Os momentos fletores estão indicados na **Folha ML-4**, na qual se encontram, também, os momentos compatibilizados (dentro dos retângulos).

12.5 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

Antes de se iniciar o cálculo das armaduras, devem-se considerar algumas disposições construtivas.

12.5.1 Diâmetro das barras

A **NBR 6118:2003** prescreve que, para lajes, qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro menor ou igual a $h/8$ (item 20.1). Para $h = 10 \text{ cm}$, tem-se:

$$\phi_{\max} = \frac{h}{8} = \frac{10}{8} = 12,5 \Rightarrow \phi_{\max} = 12,5 \text{ mm}$$

A Norma não especifica, para essas barras, um diâmetro mínimo. Porém, costuma-se adotar $\phi \geq 5 \text{ mm}$, exceto no caso de telas soldadas, em que são usuais diâmetros menores.

Portanto, para lajes maciças comuns em edifícios de pequeno porte, é usual adotar barras com diâmetros de 5 mm a 10 mm .

12.5.2 Espaçamento máximo

Quanto ao espaçamento máximo, a **NBR 6118:2003**, no item 20.1, considera dois casos: armadura principal e armadura secundária.

a) Armadura principal

Consideram-se principais as armaduras:

- negativas;
- positivas na direção do menor vão, para lajes $\lambda > 2$;
- positivas nas duas direções, para $\lambda \leq 2$.

Nesses casos,

$$s_{\max} = 2 h \text{ ou } 20 \text{ cm,}$$

prevalecendo o menor desses valores, na região dos maiores momentos fletores.

Para $h = 10 \text{ cm}$, esses valores se confundem. Portanto, $s_{\max} = 20 \text{ cm}$

b) Armadura secundária

São admitidas secundárias as também conhecidas como armaduras de distribuição. São elas:

- as positivas na direção do maior vão, para $\lambda > 2$.
- as negativas perpendiculares às principais, que, além de servirem como armadura de distribuição, ajudam a manter o correto posicionamento dessas barras superiores, durante a execução da obra, até a hora da concretagem da laje.

Para essas barras tem-se: $s_{\max} = 33 \text{ cm}$

12.5.3 Espaçamento mínimo

A **NBR 6118:2003** não especifica espaçamento mínimo, que deve ser adotado em função de razões construtivas, como, por exemplo, para permitir a passagem de vibrador.

É usual adotar-se espaçamento entre 10 cm e s_{\max} , este, no caso, igual a 20 cm. Nada impede, porém, que se adote espaçamento pouco menor que 10 cm.

12.5.4 Armadura mínima

Segundo a **NBR 6118:2003**, item 17.3.5.2.1, a armadura mínima de tração deve ser determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%:

$$M_{d,\min} = 0,8 W_0 f_{\text{ctk},\text{sup}}$$

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{\text{ctk},\text{sup}}$ é a resistência característica superior do concreto à tração (item 8.2.5 da **NBR 6118:2003**).

O dimensionamento para $M_{d,\min}$ deve ser considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura da Tabela 17.3 da **NBR 6118:2003**.

Segundo essa Tabela 17.3, para concreto C25, $\rho_{s\min} = 0,15\%$, taxa esta relativa à área total da seção de concreto ($A_c = b \cdot h$).

Para lajes, conforme a Tabela 19.1 da **NBR 6118:2003**, devem ser considerados os casos indicado a seguir.

a) Armadura negativa principal e armadura positiva principal para $\lambda > 2$

$$a_{s1,\min} = \rho_{\min} bh = \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 10 = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

b) Armaduras positivas para $\lambda \leq 2$

$$a_{s2,\min} = 0,67 \rho_{\min} \cdot bh = 0,67 \cdot 1,50 = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{nas duas direções})$$

c) Armaduras de distribuição negativa, λ qualquer, e positiva, $\lambda > 2$

$$a_{s3,min} \geq \begin{cases} 0,2 a_{s,princ} \\ 0,5 \rho_{min} b h = 0,5 \cdot 1,50 = 0,75 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (Tabela 19.1 da Norma)} \\ 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

12.6 CÁLCULO DAS ARMADURAS

Para os momentos fletores compatibilizados indicados na **Folha ML-4**, o cálculo das armaduras está indicado na **Folha ML-5**, em que foram utilizadas as tabelas 1.1 e 1.4a (ver Tabelas Gerais).

12.6.1 Armaduras negativas

Para armadura negativa, tem-se: $d = h - c - \phi/2$.

Convém iniciar o dimensionamento pelo maior momento, para o qual se pode admitir, inicialmente, $\phi = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$. Sendo $h = 10 \text{ cm}$ e $c = 2 \text{ cm}$, resulta:

$$d = h - c - \phi/2 = 10 - 2 - 0,5 = 7,5 \text{ cm}$$

Com espaçamento entre s_{min} , da ordem de 10 cm, e s_{max} , neste caso igual a 20 cm, se resultarem barras de diâmetro muito diferente do admitido no início, deve-se analisar a necessidade de se adotar novo valor da altura útil d e de fazer novo cálculo da armadura.

Pode ser necessário, até mesmo, modificar a espessura das lajes, situação em que os cálculos precisam ser alterados, desde o valor do peso próprio.

Adotado o diâmetro e o espaçamento relativos ao maior momento, esse cálculo serve de orientação para os cálculos subsequentes. Convém observar que espaçamentos maiores acarretam menor número de barras, diminuindo custos de execução.

Destaca-se, também, que não se pode adotar armadura menor que a mínima, neste caso $a_{s1,min} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$ (item anterior 12.5.4a).

12.6.2 Armaduras positivas

As armaduras positivas são colocadas junto ao fundo da laje, respeitando-se o cobrimento mínimo. Há dois casos a considerar: barras inferiores e barras sobrepostas às inferiores.

a) Barras inferiores

As barras correspondentes à direção de maior momento fletor, que em geral coincide com a direção do menor vão, devem ser colocadas próximas ao fundo da laje. Neste caso, a altura útil é calculada como no caso da armadura negativa, ou seja, $d = h - c - \phi_i / 2$, sendo ϕ_i o diâmetro dessas barras inferiores.

Convém iniciar pelo maior momento positivo, como foi feito para as barras negativas. Os cálculos anteriores dão uma boa indicação dos novos diâmetros a serem adotados no cálculo da altura útil d .

Obtidas essas armaduras, deve-se assegurar que elas obedeçam às áreas mínimas, neste caso iguais a (item 12.5.4 deste capítulo):

$$a_{s1,\min} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}, \text{ para } \lambda > 2, \text{ e}$$

$$a_{s2,\min} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}, \text{ para } \lambda \leq 2$$

b) Barras sobrepostas às inferiores

As barras relativas à direção de menor momento fletor são colocadas por cima das anteriores. Sendo ϕ_i o diâmetro dessas barras inferiores e ϕ_s o diâmetro das barras sobrepostas, a altura útil destas é dada por: $d = h - c - \phi_i - \phi_s/2$.

Por exemplo, para a laje L2, na direção vertical,

$$d = 10 - 2,0 - 0,8 - 0,8/2 = 6,8 \text{ cm}.$$

Essas barras devem respeitar as áreas mínimas (item 12.5.4 deste capítulo):

$$a_{s2,\min} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}, \text{ para } \lambda \leq 2$$

$$a_{s3,\min} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (ou o valor que for maior), para } \lambda > 2$$

12.6.3 Armadura de distribuição das barras negativas

Devem respeitar à área mínima $a_{s3,min}$, dada pelo maior dos valores:

$$0,2 a_{s,princ}; 0,5 a_{smin} \text{ ou } 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

No vínculo L1-L2, será adotada a armadura:

$$a_{s3,min} = 0,2 \cdot 6,92 = 1,38 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\phi 6,3 \text{ c/ } 22 \text{ cm}; a_{se} = 1,42 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Nos demais vínculos, admitir-se-á:

$$a_{s3,min} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (\text{adotou-se } \phi 6,3 \text{ c/ } 30 \text{ cm}; a_{se} = 1,04 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Essas armaduras estão indicadas no **Desenho C-2 a/b**, no final do capítulo.

12.7 FLECHA NA LAJE L2

Será verificada a flecha na laje L2, na qual ocorre a maior flecha.

12.7.1 Verificação se há fissuras

A verificação da existência de fissuras será feita comparando o maior momento positivo, em serviço, para combinação rara, dado na **Folha ML-4**, ($m_{d,rara} = m_{y,k} = 636 \text{ kN cm/m}$), com o momento de fissuração m_r , dado por (item 17.3.1 da **NBR 6118:2003**):

$$m_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t}$$

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,565 \text{ MPa} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{item 8.2.5})$$

$$I_c = \frac{b h^3}{12} = \frac{100 \cdot 10^3}{12} = 8333 \text{ cm}^4$$

$$y_t = h - x = h - \frac{h}{2} = \frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5,0 \text{ cm}$$

Resulta:

$$m_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} = \frac{1,5 \cdot 0,2565 \cdot 8333}{5,0} = 641 \text{ kN.cm/m}$$

Como $m_{d,rara} < m_r$, não há fissuras, e a flecha pode ser calculada com o momento de inércia I_c da seção bruta, sem considerar a presença da armadura.

Caso contrário, isto é, se $m_{d,rara}$ fosse maior que m_r , a flecha deveria ser calculada com o momento de inércia equivalente, baseado no item 17.3.2.1.1 da **NBR 6118:2003**.

12.7.2 Flecha imediata

A flecha imediata pode ser obtida por meio da Tabela 2.5a, (ver Tabelas de Lajes), com a expressão:

$$a_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \cdot \ell_x^4}{E_c I}$$

$$\alpha = 4,02 \text{ (Laje tipo 2A, } \lambda = 1,09)$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$p = g + \psi_2 \cdot q = 4,50 + 0,3 \cdot 3,00 = 5,40 \text{ kN/m}^2 = 5,40 \cdot 10^{-4} \text{ kN/cm}^2 \text{ (folha ML - 2)}$$

$$\ell_x = 460 \text{ cm} = 4,6 \cdot 10^2 \text{ cm}$$

$$E_c = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa} = 2380 \text{ kN/cm}^2 \text{ (item 8.2.8)}$$

$$I = I_c = 8333 \text{ cm}^4 = 0,8333 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$$

Resulta:

$$a_i = \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{b}{12} \cdot \frac{p \ell_x^4}{E_c I} = \frac{4,02}{100} \cdot \frac{100}{12} \cdot \frac{5,40}{10^4} \cdot \frac{4,6^4 \cdot 10^8}{2380 \cdot 0,8333 \cdot 10^4} \Rightarrow a_i = 0,41 \text{ cm}$$

12.7.3 Flecha total

A flecha total é dada pela flecha inicial mais a flecha diferida. Pode ser obtida multiplicando-se a inicial pelo coeficiente $(1 + \alpha_f)$, com α_f dado no item 17.3.2.1.2 da **NBR 6118:2003**:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

Para um tempo infinito ($t \geq 70$ meses) e carregamento aplicado em $t_0 = 1$ mês, obtém-se (Tabela 17.1 da **NBR 6118:2003**):

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) = 2 - 0,68 = 1,32$$

$$\rho' = 0 \text{ (taxa de armadura de compressão)}$$

Resulta a flecha total:

$$a_t = a_i (1 + \alpha_f) = 0,41(1 + 1,32) \Rightarrow a_t = 0,95 \text{ cm}$$

12.7.4 Flecha limite

Flecha limite admitida pela **NBR 6118:2003**, na Tabela 13.2, para aceitabilidade sensorial:

$$\frac{l_x}{250} = \frac{460}{250} = 1,84 \text{ cm}$$

Como $a_t < \frac{l_x}{250}$, a flecha atende esta especificação da citada Norma. Pode ser necessária a verificação de outros tipos de efeito, indicados na tabela 13.2.

Fazendo um cálculo análogo para a laje L1, ter-se-ia: tipo 2B, $\lambda = 1,82$, $m_{xk} = 6,26 \text{ kN.m/m}$, $\alpha = 5,49$, $l_x = 380 \text{ cm}$, $a_i = 0,26 \text{ cm}$ e

$$a_t = 0,60 \text{ cm} < \frac{l_x}{250} = 1,52 \text{ cm}$$

Portanto, com relação às flechas, poderia ser adotada uma espessura menor para as lajes.

12.8 CISALHAMENTO

Na **Folha ML-3**, nota-se que, na borda direita da L1, ocorre o maior valor da força cortante: 14,45 kN/m. Considerando-se: $b_w = 100$ cm, $d = 7,6$ cm e $V_{Sk} = 14,45$ kN/m, a verificação de cisalhamento deve ser feita de acordo com o item 19.4 da **NBR 6118:2003**, comparando-se a força cortante solicitante com a resistente, de modo que:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

12.8.1 Força cortante solicitante

$$V_{Sd} = 1,4 V_{Sk} = 1,4 \cdot 14,45 = 20,23 \text{ kN} \Rightarrow V_{Sd} = 20,23 \text{ kN / m}$$

12.8.2 Força cortante resistente

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k (1,2 + 40 \rho_1) \cdot d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \text{ (item 8.2.5 da NB-1)}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} = 0,7 \cdot 0,3 f_{CK}^{2/3} = 0,21 \cdot 25^{2/3} = 0,21 \cdot 8,550 = 1,795 \text{ MPa} = 0,1795 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot 0,1795 / 1,4 = 0,0321 \text{ kN/cm}^2$$

$$k = 1,6 - d = 1,6 - 0,076 = 1,524 \text{ m} > 1,0 \text{ m} \Rightarrow k = 1,524$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{A_c} = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} = \frac{2,79}{100 \cdot 7,6} = \frac{0,367}{100} = 0,367\%$$

$$V_{Rd1} = 0,0321 \cdot 1,524 (1,2 + 40 \cdot \frac{0,367}{100}) \cdot 100 \cdot 7,6 \Rightarrow V_{Rd1} = 50,07 \text{ kN/m}$$

12.8.3 Verificação de cisalhamento

Como $V_{Sd} = 20,23 \text{ kN/m} < V_{Rd1} = 50,07 \text{ kN/m}$, a laje resiste à força cortante, sem armadura para cisalhamento.

12.9 COMPRIMENTO DAS BARRAS SOBRE OS APOIOS

A armação das lajes encontra-se no **Desenho C-2 a/b**, no final deste capítulo. O cálculo dos comprimentos das barras sobre os apoios internos é diferente do relativo à laje L4 em balanço.

12.9.1 Apoios internos

Podem ser adotadas barras alternadas com comprimentos horizontais dados pela expressão:

$$a = \frac{3}{8} \ell_{x,\max} + 20 \phi + 0,75 d$$

No vínculo L1-L2 serão adotadas barras de comprimento calculado com $\ell_{x,\max} = 460$ cm (laje L2, **Figura 1**).

Nos vínculos L1-L3 e L2-L3 considera-se $\ell_{x,\max} = 230$ cm, da laje L3, pois a L2 foi admitida simplesmente apoiada nesses vínculos.

O cálculo dos comprimentos das barras para os apoios internos está indicado na **Tabela 1** (ver também **Desenho C-2 a/b**).

Tabela 1 – Comprimentos dos trechos horizontais das barras (em centímetros)

Vínculo	$\ell_{x,\max}$	ϕ	d	$3/8 \ell_{x,\max}$	20ϕ	$0,75d$	a	$a/3^{(a)}$	$2a/3^{(a)}$	a_{adot}
L1-L2	460	1,0	7,5	172,5	20	5,6	198	65	130	195
L1-L3 L2-L3	230	0,63	7,68	86,3	12,6	5,8	105	35	70	105

^(a) valor inteiro mais próximo, múltiplo de 5 cm.

12.9.2 Laje L4 em balanço

Sendo ℓ o comprimento da barra no balanço, adota-se o comprimento total do trecho horizontal igual a $2,5 \ell$ (ver **Figura 6** e **Desenho C-2 a/b**).

$$a = 2,5 \ell = 2,5 (110 - 2) = 270 \text{ cm}$$

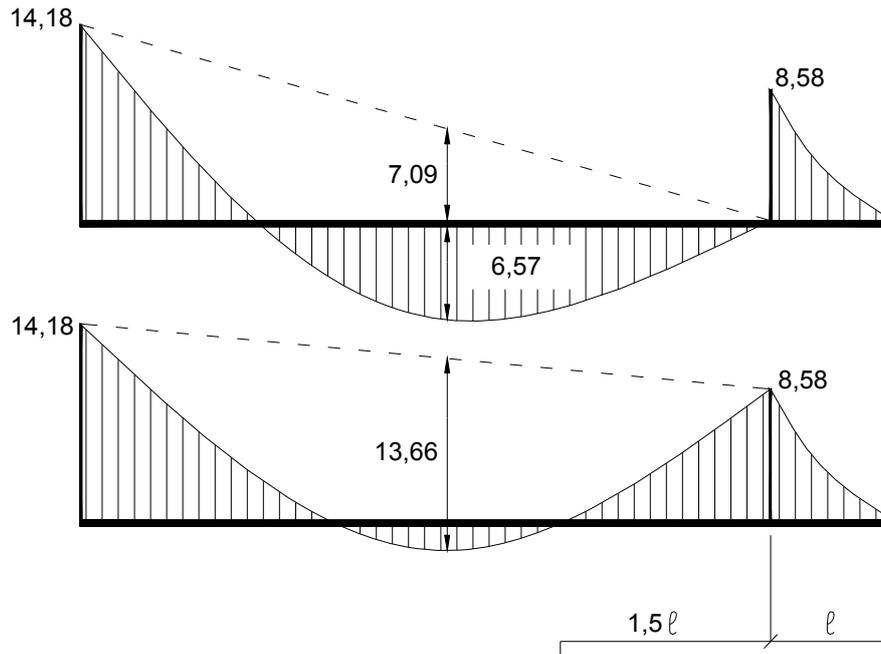


Figura 6 – Comprimento total do trecho horizontal nos vínculos L2-L4 e L3-L4

12.10 COMPRIMENTO DAS BARRAS POSITIVAS

O comprimento das barras positivas pode ser obtido com base na **Figura 7** e no **Desenho C-1**.

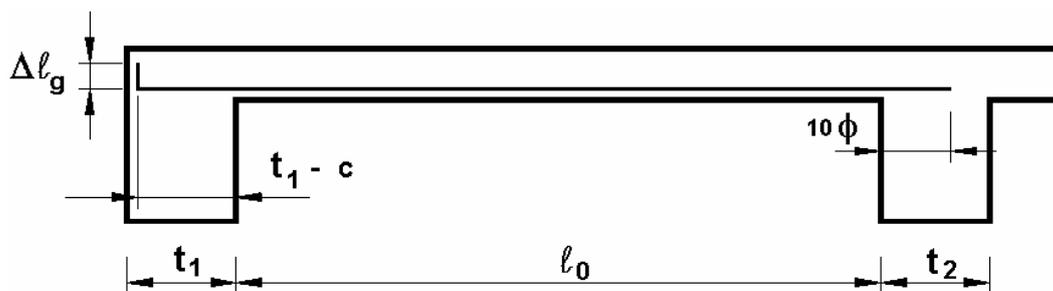


Figura 7 – Comprimento das barras positivas

Nas extremidades serão adotadas barras com ganchos de 90°, prolongados até a face externa, respeitando-se o cobrimento.

Nos apoios internos com lajes adjacentes, serão adotadas barras sem ganchos, prolongadas de pelo menos 10ϕ a partir da face do apoio.

O cálculo dos comprimentos das barras positivas está indicado na **Tabela 2**.

Tabela 2 – Comprimento das barras positivas (em centímetros)

Laje	Direção	ϕ	l_0	Δl_e	Δl_d	$l_{1,nec}$	$l_{1,adot}$	Δl_g	l_{tot}
L1	Horiz.	0,8	360	18	8	386	390	8	398
	Vert.	0,5	670	18	18	706	705	5+5	715
L2	Horiz.	0,8	480	8	18	506	510	8	518
	Vert.	0,8	440	8	18	466	470	8	478
L3	Horiz.	0,63	480	6,3	6,3	492,6	500	-	500
	Vert.	0,63	210	18	6,3	234,3	240	6	246

Nessa **Tabela 2**:

ϕ é o diâmetro da barra (**Folha ML-6**, no final do capítulo)

l_0 é o vão livre (**Desenho C-1**)

Δl_e e Δl_d são os acréscimos de comprimento à esquerda e à direita, de valor $(t - c)$ ou 10ϕ . Para $\phi \leq 10$ mm, pode-se adotar 10 cm no lugar de 10ϕ

t é a largura do apoio

c é o cobrimento da armadura ($c = 2$ cm)

$$l_{1,nec} = l_0 + \Delta l_e + \Delta l_d$$

$l_{1,adot}$ é o valor adotado do trecho horizontal da barra

$$l_{1,nec} = l_0 + \Delta l_e + \Delta l_d$$

Δl_g é o acréscimo de comprimento de um ou de dois ganchos, se houver (Tabela 1.7a, ver Tabelas Gerais)

$$l_{tot} = l_{1,adot} + \Delta l_g$$

l_{tot} é o comprimento total da barra

Para a laje L1, na direção vertical, o comprimento $\ell_{1,nec} = 706$ cm é o valor máximo para que seja respeitado o cobrimento nas duas extremidades da barra.

Em geral, os valores adotados $\ell_{1,adot}$ são múltiplos de 5 cm ou de 10 cm. Os comprimentos adotados estão indicados no **Desenho C-2 a/b**.

12.11 ARMADURAS DE CANTO

Na laje L1, nos dois cantos esquerdos, e na laje L2, canto superior direito, não há armadura negativa. Nessas posições serão colocadas armaduras superiores de canto, conforme o detalhe 3 do **Desenho C-2 a/b**, válido para os três cantos.

Para as lajes L1 e L2, os maiores valores de ℓ_x e da armadura positiva são (**folhas ML-1 e ML-5**, respectivamente):

$$\ell_x = 460 \text{ cm} \quad \text{e} \quad a_s = 2,96 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Então, o comprimento do trecho horizontal das barras de canto e a área por unidade de largura são:

$$\ell_h = \ell_x / 5 + t - 2 = \frac{460}{5} + 20 - 2 = 92 + 18 = 110 \text{ cm}$$

$$a_{sc} = \frac{a_s}{2} = \frac{2,96}{2} = 1,48 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Adotou-se ϕ 6,3 c/ 20, $a_{se} = 1,56 \text{ cm}^2/\text{m}$ (Tabela 1.4a, ver Tabelas Gerais).

O detalhe das armaduras de canto encontra-se no **Desenho C-2 a/b**.

12.12 NÚMERO DAS BARRAS

Há várias maneiras de numerar as barras. Como as primeiras a serem posicionadas nas formas são as barras positivas, recomenda-se começar por elas e, em seguida, numerar as negativas.

12.12.1 Numeração das barras positivas

O procedimento ora sugerido consiste em numerar primeiro as barras positivas, começando pelas barras horizontais, da esquerda para a direita e de cima para baixo. Para numerar as barras verticais, gira-se o desenho de 90° no sentido horário, o que equivale a posicionar o observador à direita do desenho. Continua-se a numeração seguindo o mesmo critério adotado para as barras horizontais.

A numeração das barras inferiores está indicada no **Desenho C-2 a/b**. Essas barras são as seguintes: N1, N2... N6.

Para garantir o correto posicionamento das barras, convém que seja colocado de forma clara, nos desenhos de armação das lajes:

BARRAS POSITIVAS DE MAIOR ÁREA POR METRO DEVEM SER COLOCADAS POR BAIXO (N1, N5 e N6).

12.12.2 Numeração das barras negativas

Terminada a numeração das barras positivas, inicia-se a numeração das barras negativas, com os números subsequentes (N7, N8 etc.). Elas podem ser numeradas com o mesmo critério, da esquerda para a direita, de cima para baixo, com o desenho na posição normal, e em seguida, fazendo a rotação de 90° da folha no sentido horário. Obtêm-se dessa maneira as barras N7, N8, N9 e N10, indicadas no **Desenho C-2 a/b** já citado.

Na sequência, são numeradas as barras de distribuição da armadura negativa e outras barras eventualmente necessárias.

12.12.3 Barras de distribuição

As barras N10 já citadas são de distribuição, nos vínculos L2-L4 e L3-L4. Outras barras de distribuição relativas às armaduras negativas são: N11, no vínculo L1-L2, e N12, nos vínculos L1-L3 e L2-L3 (ver **Desenho C-2 a/b**).

O cálculo dos comprimentos das barras de distribuição é feito, em geral, como em barras corridas, assim denominadas aquelas em que não há posição definida para as emendas. Essas emendas devem ser desencontradas, ou seja, não devem ser feitas em uma única seção. Para levar em conta as emendas, o comprimento calculado deve ser majorado em 5%. O comprimento das emendas deve ser indicado no desenho de armação.

Os comprimentos médios das barras corridas resultam (ver **Desenho C-1**):

$$N11: \ell_m = (440 + 18 + 18) \cdot 1,05 = 500 \text{ cm}$$

$$N12: \ell_m = (210 + 18 + 18 + 480 + 18 + 18) \cdot 1,05 = 800 \text{ cm}$$

12.12.4 Barras de canto

As barras de canto serão as N13 (**Desenho C-2 a/b**).

12.13 QUANTIDADE DE BARRAS

A quantidade n_i de barras N_i pode ser obtida pela equação:

$$n_i = \frac{b_j}{s_i}$$

b_j é a largura livre, na direção perpendicular à das barras (**Desenho C-1**)

s_i é o espaçamento das barras N_i (**Desenho C-2 a/b**)

Poucas vezes n_i vai resultar um número inteiro. Mesmo nesses casos, e nos demais, deve-se arredondar n_i para o número inteiro imediatamente inferior ao valor obtido, conforme está indicado na **Tabela 3**.

Nas barras de distribuição da armadura negativa, em geral esta regra não é respeitada, podendo ser adotado um número menor de barras, suprimindo-se as mais distantes da região de momento negativo máximo, com ocorreu com as barras N11 da Tabela 3, por exemplo.

Tabela 3 - Quantidade das barras (b_j e s_i em centímetros)

Barra	b_j	s_i	$n_{i,calc}$	$n_{i,adot}$
N1	670	18	37,2	37
N2	440	18	24,4	24
N3	210	33	6,4	6
N4	360	20	18,0	17
N5	480	20	24,0	23
N6	480	17	28,2	28
N7	450	11	40,9	40
N8	470	20	23,5	23
N9	220	20	11,0	10
N10 (e)	150	33	4,5	4
N10 (d)	100	33	3,0	2
N11	120	22	5,5	5*
N12	60	30	2,0	2
N13	92	20	4,6	4

* Para a N11, em vez de cinco, foram adotadas quatro barras de cada lado.

12.14 DESENHO DE ARMAÇÃO

A armação das lajes encontra-se nos **desenhos C-2 a/b e C-2 b/b**, nos quais estão também a relação das barras, com diâmetros, quantidades e comprimentos, e o resumo das barras, com tipo de aço, bitola, comprimento total (número inteiro em metros), massa de cada bitola (kN/m), massa total mais 10% (número inteiro em quilogramas), por conta de perdas, e a soma dessas massas.

REFERÊNCIAS

MACHADO, Claudinei Pinheiro (2003). Informação pessoal.

NBR 6118:2003. Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, ABNT.

NBR 6120:1980. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, ABNT.

Tabelas gerais e Tabelas de Lajes. Disponível em:

www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/

RELAÇÃO DOS ANEXOS

Folhas de memória de cálculo:

ML-1 – Pré-dimensionamento

ML-2 – Esforços nas lajes

ML-3 – Reações de apoio

ML-4 – Momentos fletores

ML-5 – Cálculo das armaduras

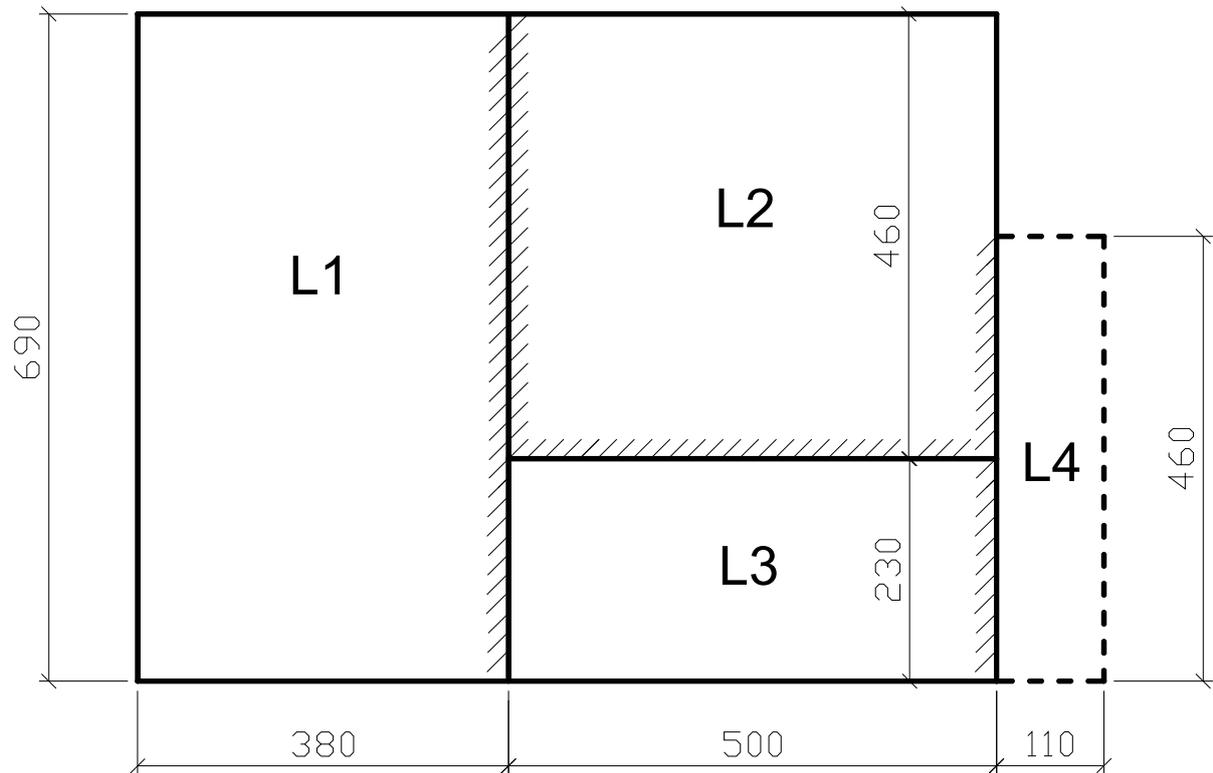
ML-6 – Esquema das barras

Desenhos:

C-1 – Forma das Lajes

C-2 a/b – Armação das Lajes

C-2 b/b – Armação das Lajes



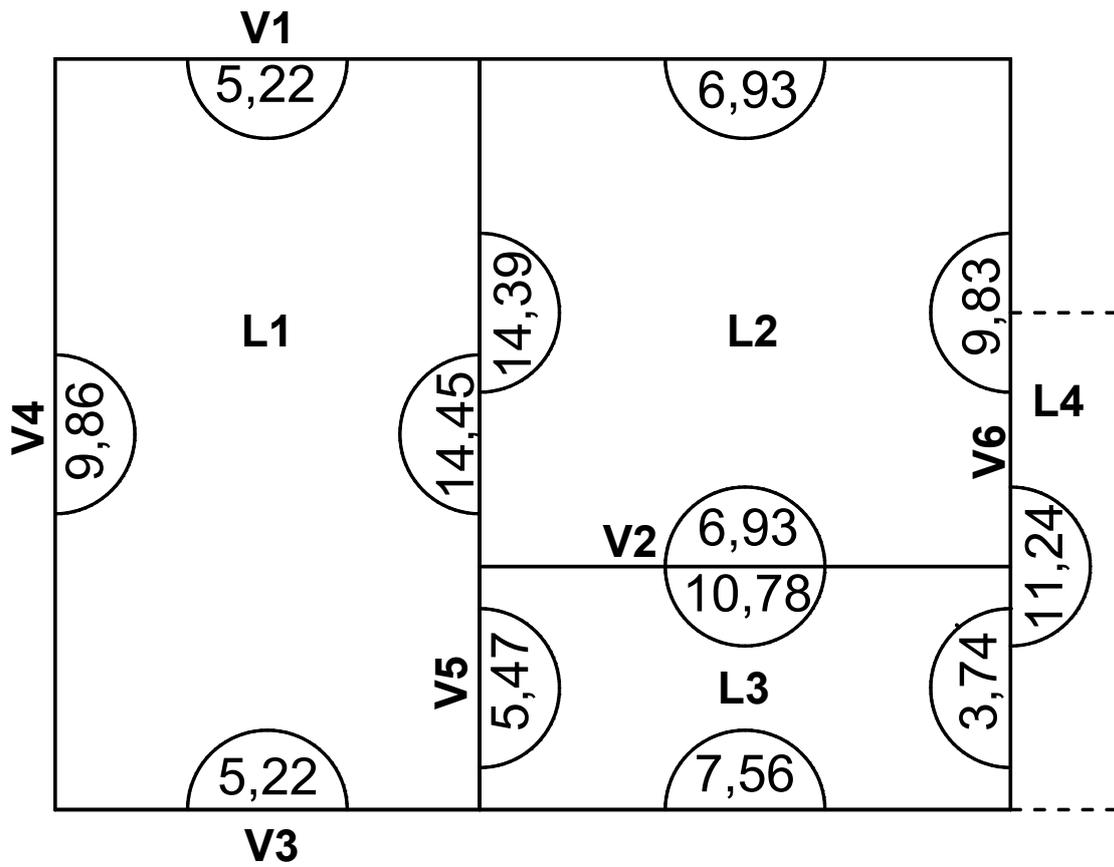
	L1	L2	L3
l_x (cm)	380	460	230
l_y (cm)	690	500	500
$0,7l_y$ (cm)	483	350	350
l^* (cm)	380	350	230
n	1	1	2
d_{est} (cm)	9,1	8,4	5,3
h_{est} (cm)	11,6	10,9	7,8
h (cm)	10	10	10

l^* é o menor valor entre l_x e $0,7 l_y$
 n é o número de bordas engastadas

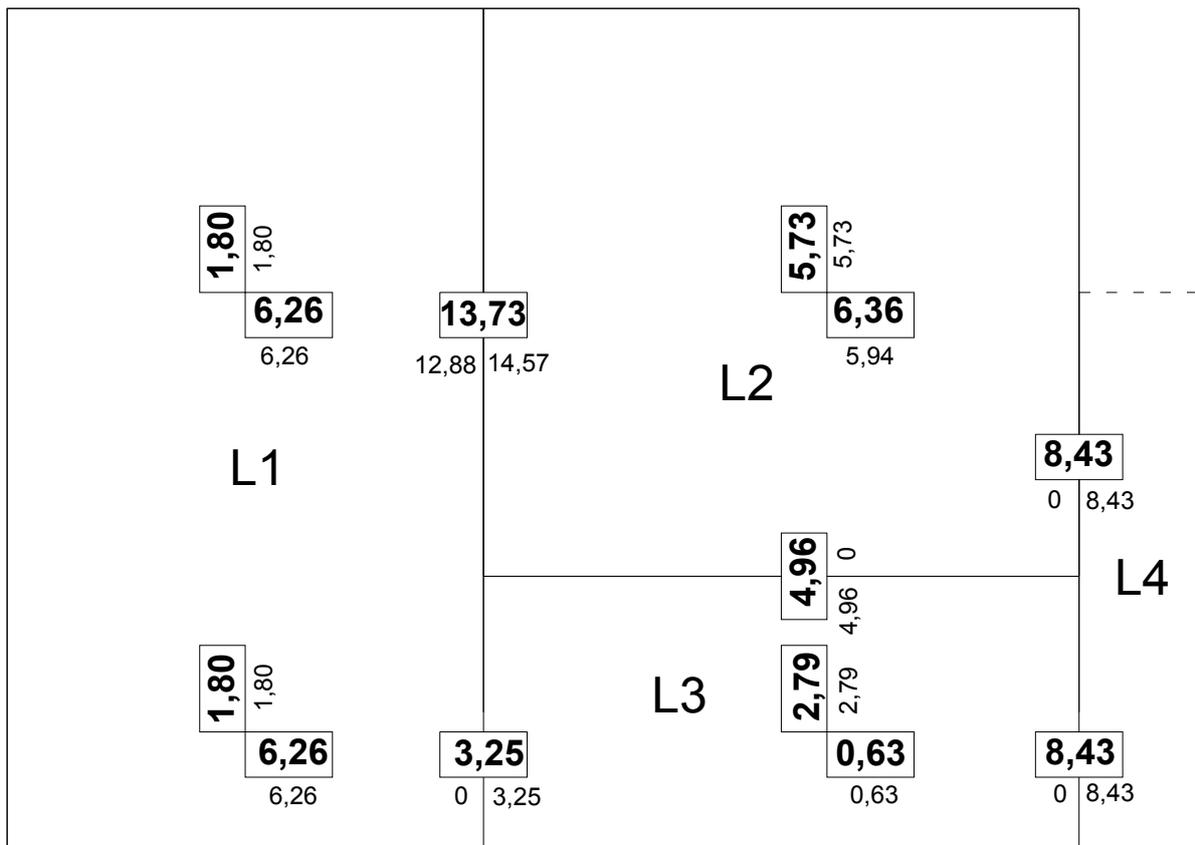
Critério: $d_{est} = (2,5 - 0,1n) l^*/100$	Assunto: Pré-dimensionamento	Folha: ML-1
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa

Lajes		L1	L2	L3
Características	Tipo	2B	2A	3
	l_x (m)	3,80	4,60	2,30
	l_y (m)	6,90	5,00	5,00
	l_y/l_x	1,82	1,09	2,17
Ações (kN/m²)	Peso Próprio	2,50	2,50	2,50
	Piso + Revestimento	1,00	1,00	1,00
	Divisórias	1,00	1,00	1,00
	g	4,50	4,50	4,50
	q	3,00	3,00	3,00
	p	7,50	7,50	7,50
Reações de Apoio (kN/m)	v_x	3,46	2,01	4,38
	v'_x	5,07	-	6,25
	v_y	1,83	2,85	2,17
	v'_y	-	4,17	3,17
	r_x	9,86	6,93	7,56
	r'_x	14,45	-	10,78
	r_y	5,22	9,83	3,74
	r'_y	-	14,39	5,47
Momentos Fletores (kNm/m)	μ_x	5,78	3,61	7,03
	μ'_x	11,89	-	12,50
	μ_y	1,66	3,74	1,60
	μ'_y	-	9,18	8,20
	m_x	6,26	5,73	2,79
	m'_x	12,88	-	4,96
	m_y	1,80	5,94	0,63
	m'_y	-	14,57	3,25

Unidades: kN e m	Assunto: Esforços nas Lajes	Folha: ML-2
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa



Unidades: kN/m	Assunto: Reações de Apoio	Folha: ML-3
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa



Unidades: kN.m/m	Assunto: Momentos Fletores	Folha: ML-4
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa

MOMENTO	m_k	m_d	ϕ	d	k_c	k_s	$a_{s,nec}$	ϕ c/s	$a_{s,e}$	
L1-L2	1373	1922	10	7,5	2,9	0,027	6,92	ϕ 10 c/ 11	7,14	
L1-L3	325	455	6,3	7,68	13	0,024	1,42 ^(a)	ϕ 6,3 c/ 20	1,56	
L2-L4 L3-L4	843	1180	10	7,5	4,8	0,025	3,93	ϕ 10 c/ 20	3,93	
L2-L3	496	694	6,3	7,68	8,5	0,024	2,17	ϕ 6,3 c/ 14	2,23	
L1 $\lambda=1,82$	m_x	626	876	8	7,6	6,6	0,024	2,77	ϕ 8 c/ 18	2,79
	m_y	180	252	5	6,95	19,2	0,023	0,83 ^(b)	ϕ 5 c/ 20	0,98
L2 $\lambda=1,09$	$m_x^{(1)}$	573	802	8	6,8	5,8	0,025	2,95	ϕ 8 c/ 17	2,96
	m_y	636	890	8 ⁽²⁾	7,6	6,5	0,024	2,81	ϕ 8 c/ 18	2,79
L3 $\lambda=2,17$	m_x	279	391	6,3	7,68	15,1	0,024	1,22 ^(a)	ϕ 6,3 c/ 20	1,56
	m_y	63	88	6,3	7,05	56,5	0,023	0,29 ^(c)	ϕ 6,3 c/ 33	0,95

⁽¹⁾ Momento direção vertical

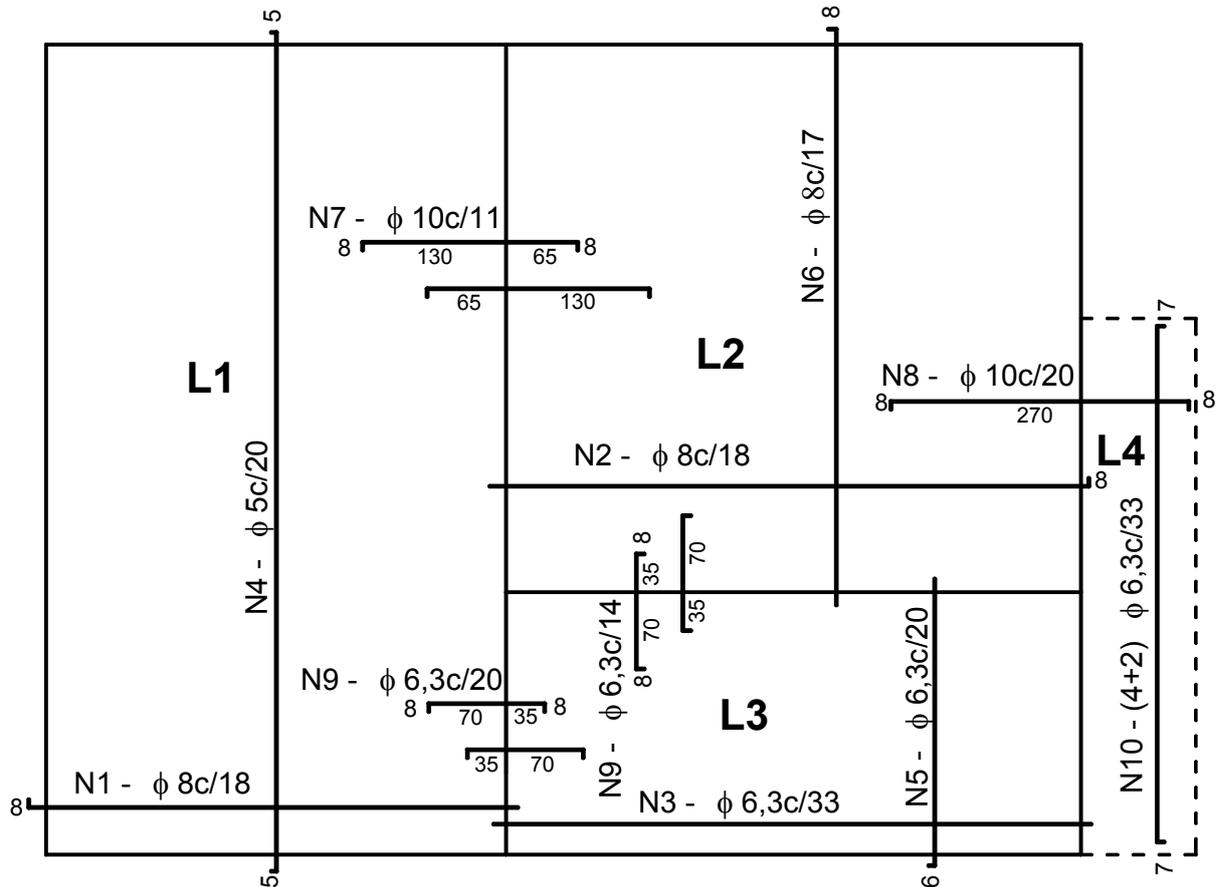
^(a) $a_{s1,min} = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}$

⁽²⁾ Barra direção horizontal por baixo

^(b) $a_{s2,min} = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$

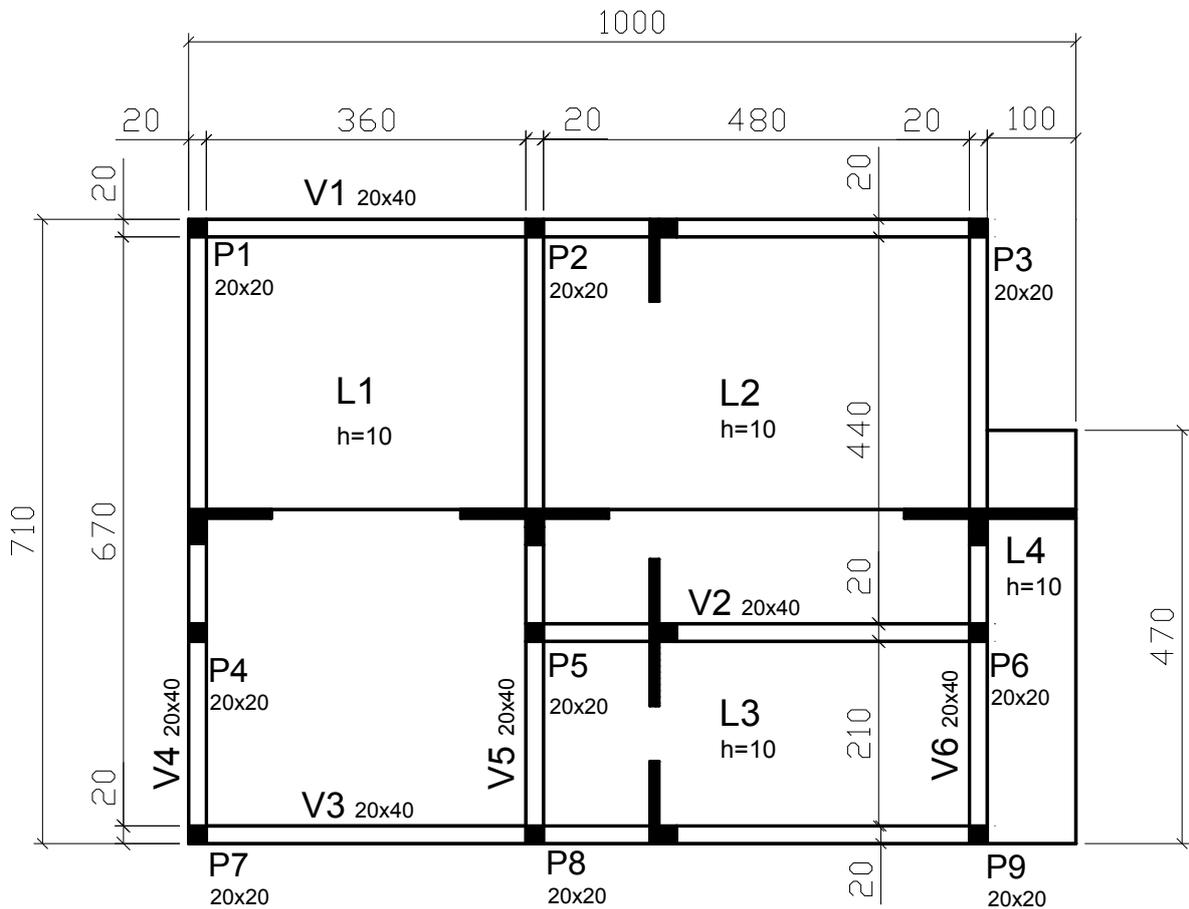
^(c) $a_{s3,min} = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$

Unidades: kN e cm (ϕ em mm)	Assunto: Cálculo das Armaduras	Folha: ML-5
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa



N1, N2 e N5: por baixo
 N10: face superior, por baixo da N8
 c = 2cm

Aços: CA-50 (φ 5mm: CA-60)	Assunto: Esquema das Barras	Folha: ML-6
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa

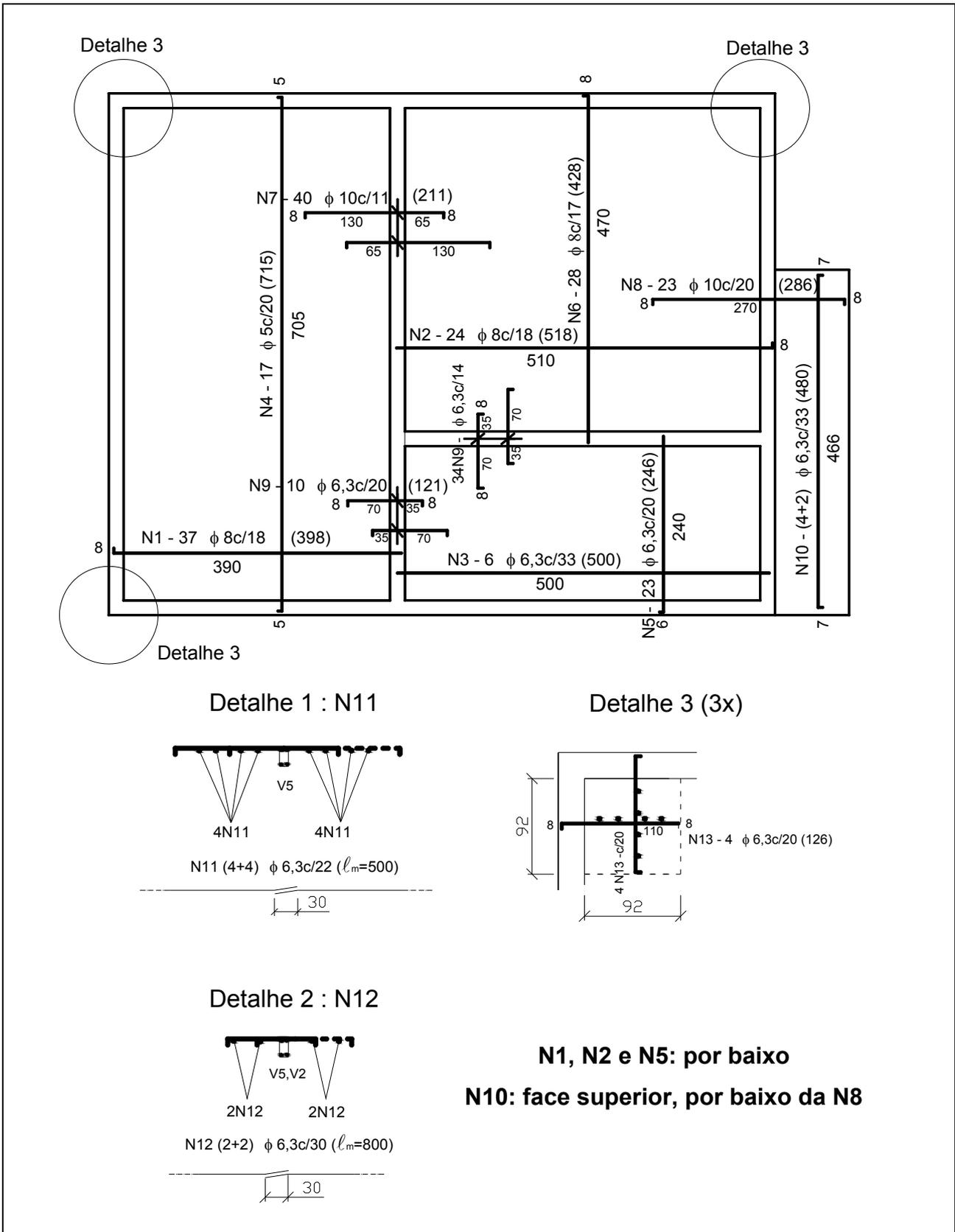


Especificações:

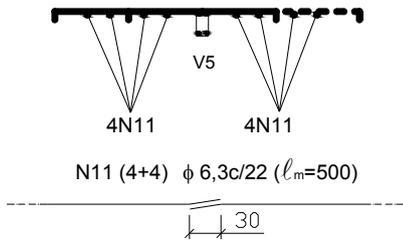
C25, $\gamma_c = 1,4$

CA-50, c = 2cm

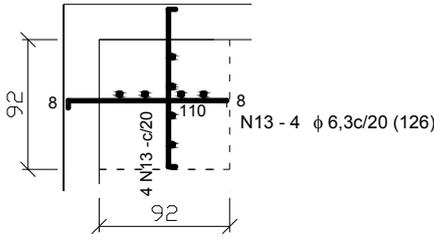
Unidades: cm	Assunto: Forma das Lajes	Desenho: C-1
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa



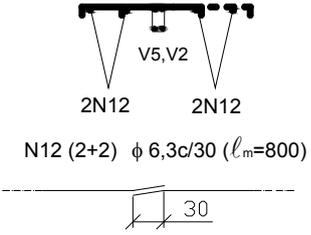
Detalhe 1 : N11



Detalhe 3 (3x)



Detalhe 2 : N12



N1, N2 e N5: por baixo
N10: face superior, por baixo da N8

Unidades: Centímetros (ϕ em mm)	Assunto: Armação das Lajes	Desenho: C-2 a/b
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa

RELAÇÃO DAS BARRAS				
Barra	ϕ (mm)	Quantidade	Comprimento (m)	
			Unitário	Total
N1	8	37	3,98	147,26
N2	8	24	5,18	124,32
N3	6,3	6	5,00	30,00
N4	5	17	7,15	121,55
N5	6,3	23	2,46	56,58
N6	8	28	4,78	133,84
N7	10	40	2,11	84,40
N8	10	23	2,86	65,78
N9	6,3	44	1,21	53,24
N10	6,3	6	4,80	28,80
N11	6,3	8	5,00	40,00
N12	6,3	4	8,00	32,00
N13	6,3	24	1,26	30,24

RESUMO DAS BARRAS			
ϕ (mm)	Compr. Total (m)	Massa (kg/m)	Massa total + 10% (kg)
CA-60			
5	122	0,154	21
CA-50			
6,3	271	0,245	73
8	405	0,395	176
10	150	0,617	102
Total			372

Aços: CA-50 (ϕ 5mm: CA-60)	Assunto: Armação das Lajes	Desenho: C-2 b/b
Escala: Sem Escala	Aluno: João D. Silva	Data: dd/mm/aaaa