CISALHAMENTO EM VIGAS – CAPÍTULO 13

Libânio M. Pinheiro, Cassiane D. Muzardo, Sandro P. Santos

25 ago 2010

CISALHAMENTO EM VIGAS

Nas vigas, em geral, as solicitações predominantes são o momento fletor e a força cortante.

Em etapa anterior, o efeito do momento fletor foi analisado separadamente. Neste capítulo considera-se o efeito conjunto dessas duas solicitações, com destaque para o cisalhamento.

13.1 COMPORTAMENTO RESISTENTE

Considere-se a viga biapoiada, **Figura 13.1**, submetida a duas forças **F** iguais e equidistantes dos apoios, armada com barras longitudinais tracionadas e com estribos, para resistir os esforços de flexão e de cisalhamento, respectivamente.

A armadura de cisalhamento poderia também ser constituída por estribos associados a barras longitudinais curvadas (barras dobradas). Essas barras dobradas, também conhecidas como cavaletes, eram comuns até os anos 1970 e não são mais usadas atualmente, principalmente por razões construtivas.

Para pequenos valores da força **F**, enquanto a tensão de tração for inferior à resistência do concreto à tração na flexão, a viga não apresenta fissuras, ou seja, as suas seções permanecem no *Estádio I*. Nessa fase, origina-se um sistema de tensões principais de tração e de compressão.

Com o aumento do carregamento, no trecho de momento máximo (entre as forças), a resistência do concreto à tração é ultrapassada e surgem as primeiras fissuras de flexão (verticais). Nas seções fissuradas a viga encontra-se no *Estádio II* e a resultante de tração é resistida exclusivamente pelas barras longitudinais. No início da fissuração da região central, os trechos junto aos apoios, sem fissuras, ainda se encontram no *Estádio I*.

Continuando o aumento do carregamento, surgem fissuras nos trechos entre as forças e os apoios, as quais são inclinadas, por causa da inclinação das tensões principais de tração σ_I (fissuras de cisalhamento). A inclinação das fissuras corresponde aproximadamente à inclinação das trajetórias das tensões principais, isto é, aproximadamente perpendicular à direção das tensões principais de tração.

Com carregamento elevado, a viga, em quase toda sua extensão, encontra-se no *Estádio II*. Em geral, apenas as regiões dos apoios permanecem isentas de fissuras, até a ocorrência de ruptura na região central da viga.

A **Figura 13.1** indica a evolução da fissuração de uma viga de seção T, para vários estágios de carregamento.

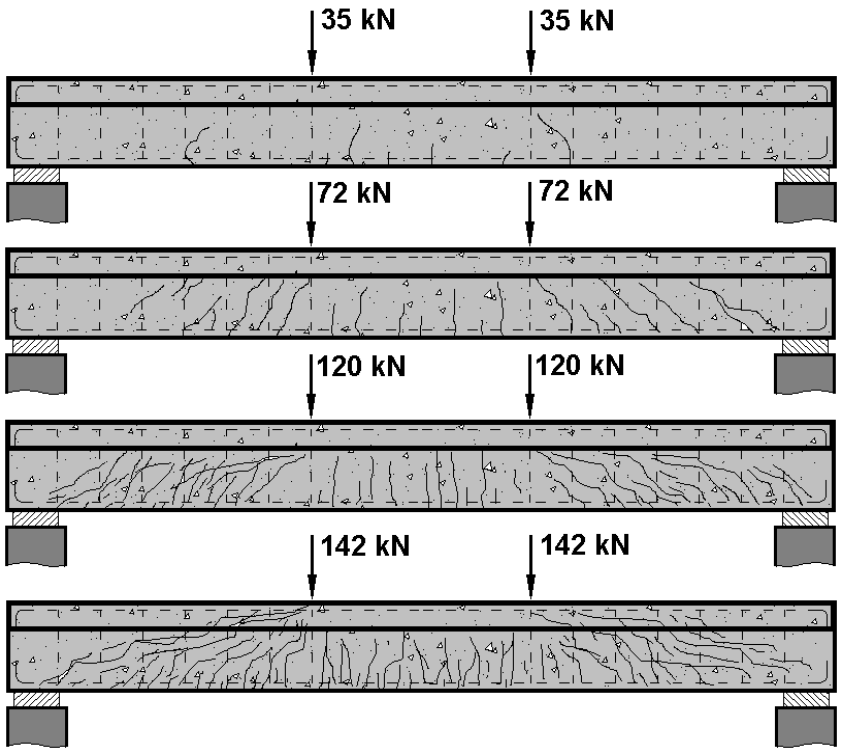

Figura 13.1 – Evolução da fissuração

13.2 MODELO DE TRELIÇA

O modelo clássico de treliça foi idealizado por Ritter e Mörsch, no início do século XX, e se baseia na analogia entre uma viga fissurada e uma treliça.

Considerando uma viga biapoiada de seção retangular, Mörsch admitiu que, após a fissuração, seu comportamento é similar ao de uma treliça como a indicada na **Figura 13.2**, formada pelos elementos:

- banzo superior → cordão de concreto comprimido;
- banzo inferior → armadura longitudinal de tração;
- diagonais comprimidas → bielas de concreto entre as fissuras;
- diagonais tracionadas → armadura transversal (de cisalhamento).

Na **Figura 13.2** está indicada armadura transversal com inclinação de 90°, formada por estribos.

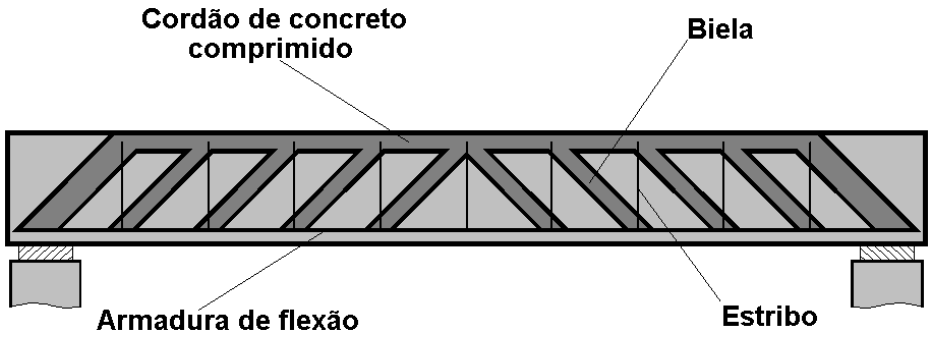

Figura 13.2 – Analogia de treliça

Essa analogia de treliça clássica considera as seguintes hipóteses básicas:

- fissuras, e portanto as bielas de compressão, com inclinação de 45°;
- banzos paralelos;
- treliça isostática; portanto, não há engastamento nos nós, ou seja, nas ligações entre os banzos e as diagonais;
- armadura de cisalhamento com inclinação entre 45° e 90°.

Porém, resultados de ensaios comprovam que há imperfeições na analogia de treliça clássica. Isso se deve principalmente a três fatores:

- a inclinação das fissuras é menor que 45°;
- os banzos não são paralelos; há o arqueamento do banzo comprimido, principalmente nas regiões dos apoios;

- a treliça é altamente hiperestática; ocorre engastamento das bielas no banzo comprimido, e esses elementos comprimidos possuem rigidez muito maior que a das barras tracionadas.

Para um cálculo mais refinado, tornam-se necessários modelos que considerem melhor a realidade do problema.

Por esta razão, como modelo teórico padrão, adota-se a analogia de treliça, mas a este modelo são introduzidas correções, para levar em conta as imprecisões verificadas.

13.3 MODOS DE RUÍNA

Numa viga de concreto armado submetida a flexão simples, vários tipos de ruína são possíveis, entre as quais: ruínas por flexão; ruptura por falha de ancoragem no apoio, ruptura por esmagamento da biela, ruptura da armadura transversal, ruptura do banzo comprimido devida ao cisalhamento e ruína por flexão localizada da armadura longitudinal.

a) Ruínas por flexão

Nas vigas dimensionadas nos domínios 2 ou 3, a ruína ocorre após o escoamento da armadura, ocorrendo abertura de fissuras e deslocamentos excessivos (flechas), que servem como “aviso” da ruína.

Nas vigas dimensionadas no Domínio 4, a ruína se dá pelo esmagamento do concreto comprimido, não ocorrendo escoamento da armadura nem grandes deslocamentos, o que caracteriza uma “ruína sem aviso”.

b) Ruptura por falha de ancoragem no apoio

A armadura longitudinal é altamente solicitada no apoio, em decorrência do efeito de arco. No caso de ancoragem insuficiente, pode ocorrer o colapso na junção da diagonal comprimida com o banzo tracionado, junto ao apoio.

A ruptura por falha de ancoragem ocorre bruscamente, usualmente se propagando e provocando também uma ruptura ao longo da altura útil da viga.

O deslizamento da armadura longitudinal, na região de ancoragem, pode causar ruptura por cisalhamento da alma. A rigor, esse tipo de ruptura não decorre da força cortante, mas sim da falha na ancoragem do banzo tracionado na diagonal comprimida, nas proximidades do apoio.

c) Ruptura por esmagamento da biela

No caso de seções muito pequenas para as solicitações atuantes, as tensões principais de compressão podem atingir valores elevados, incompatíveis com a resistência do concreto à compressão com tração perpendicular (estado duplo). Tem-se, então, uma ruptura por esmagamento do concreto (**Figura 13.3**).

A ruptura da diagonal comprimida determina o limite superior da capacidade resistente da viga à força cortante, limite esse que depende, portanto, da resistência do concreto à compressão.

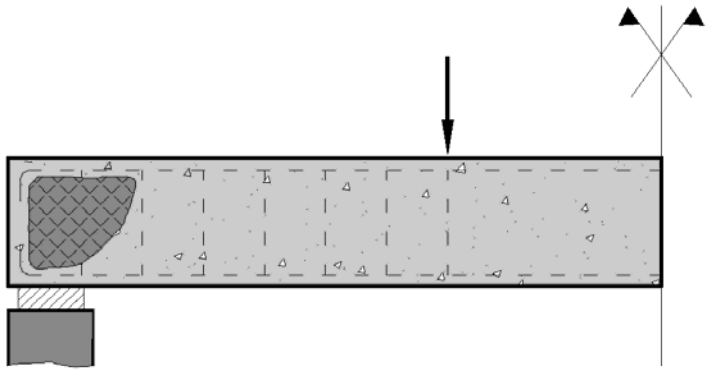

Figura 13.3 – Ruptura por esmagamento da biela

d) Ruptura da armadura transversal

Corresponde a uma ruína por cisalhamento, decorrente da ruptura da armadura transversal (**Figura 13.4**). É o tipo mais comum de ruptura por cisalhamento, resultante da deficiência da armadura transversal para resistir às tensões de tração devidas à força cortante, o que faz com que a peça tenha a tendência de se dividir em duas partes.

A deficiência de armadura transversal pode acarretar outros tipos de ruína, que serão descritos nos próximos itens.

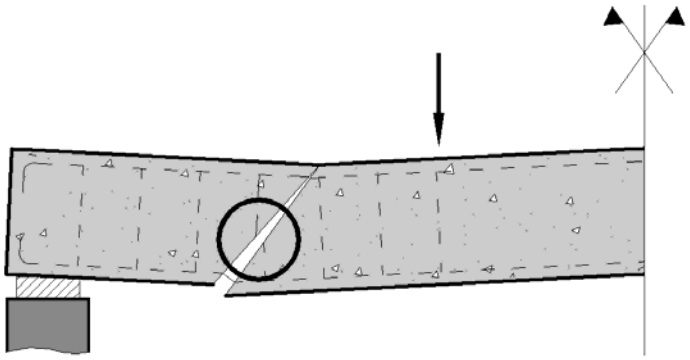

Figura 13.4 – Ruptura da armadura transversal

e) Ruptura do banzo comprimido devida ao cisalhamento

No caso de armadura de cisalhamento insuficiente, essa armadura pode entrar em escoamento, provocando intensa fissuração (fissuras inclinadas), com as fissuras invadindo a região comprimida pela flexão. Isto diminui a altura dessa região comprimida e sobrecarrega o concreto, que pode sofrer esmagamento, mesmo com momento fletor inferior àquele que provocaria a ruptura do concreto por flexão (**Figura 13.5**).

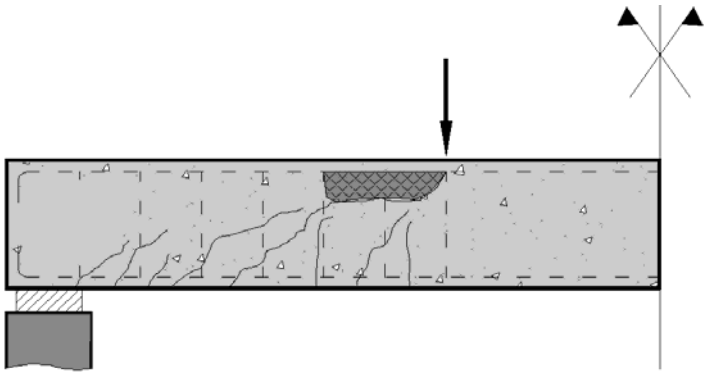

Figura 13.5 – Ruptura do banzo comprimido, decorrente do esforço cortante

f) Ruína por flexão localizada da armadura longitudinal

A deformação exagerada da armadura transversal pode provocar grandes aberturas das fissuras de cisalhamento. O deslocamento relativo das seções adjacentes pode acarretar na flexão localizada da armadura longitudinal, levando a viga a um tipo de ruína que também decorre do cisalhamento (**Figura 13.6**).

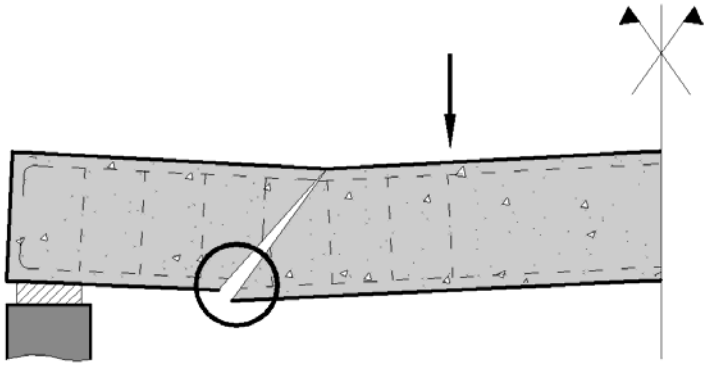

Figura 13.6 – Ruína por flexão localizada da armadura longitudinal

13.4 MODELOS DE CÁLCULO

A NBR 6118:2003, item 17.4.1, admite dois modelos de cálculo, que pressupõem analogia com modelo de treliça de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares, traduzidos por uma parcela adicional V_c.

O modelo I admite (item 17.4.2.2):

- bielas com inclinação $\theta = 45^o$;
- V_c constante, independente de V_{Sd}.

V_{Sd} é a força cortante de cálculo, na seção.

O modelo II considera (item 17.4.2.3):

- bielas com inclinação θ entre 30^o e 45^o ;
- V_c diminui com o aumento de V_{Sd}.

Nos dois modelos, devem ser consideradas as etapas de cálculo:

- verificação da compressão na biela;
- cálculo da armadura transversal;
- deslocamento a_ℓ do diagrama de força no banzo tracionado.

Na sequência, será considerado o modelo I.

13.5 VERIFICAÇÃO DA COMPRESSÃO NA BIELA

Independente da taxa de armadura transversal, deve ser verificada a condição:

$V_{Sd} \leq V_{Rd2}$

V_{Sd} é a força cortante solicitante de cálculo (γ_f . V_{Sk}); na região de apoio, é o valor na respectiva face ($V_{Sd} = V_{Sd,\,face}$);

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína da biela; no modelo I (item 17.4.2.2 da NBR 6118:2003):

$V_{Rd2} = 0{,}27\ \alpha_{v2}\ f_{cd}\ b_w\ d$

$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250)$, f_{ck} em MPa, ou $\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 25)$, f_{ck} em kN/cm^2

13.6 CÁLCULO DA ARMADURA TRANSVERSAL

Além da verificação da compressão na biela, deve ser satisfeita a condição:

$V_{Sd} \leqslant V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$

V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

V_c é parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça (resistência ao cisalhamento da seção sem armadura transversal);

V_{sw} é a parcela de força absorvida pela armadura transversal.

No cálculo da armadura transversal considera-se $V_{Rd3} = V_{Sd}$, resultando:

$V_{sw} = V_{Sd} - V_c$

a) Cálculo de V_{Sd}

Prescrições da NBR 6118:2003, item 17.4.1.2.1, para o cálculo da armadura transversal no trecho junto ao apoio, no caso de apoio direto (carga e reação de apoio em faces opostas, comprimindo-as):

- para carga distribuída, $V_{Sd} = V_{Sd,d/2}$, igual à força cortante na seção distante d/2 da face do apoio;
- a parcela da força cortante devida a uma carga concentrada aplicada à distância **a < 2d** do eixo teórico do apoio pode ser reduzida multiplicando-a por **a / (2d).**

Nesses casos, considerar $V_{Sd} = V_{Sd,face}$ (ou $V_{Sd} = V_{Sd,eixo}$) está a favor da segurança.

b) Cálculo de V_c

Para modelo I, na flexão simples item 17.4.2.2.b da NBR 6118:2003:

$V_c = 0,6\ f_{ctd}\ b_w\ d$

$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$

$f_{ctk,inf} = 0,7\ f_{ct,m} = 0,7\ .\ 0,3\ f_{ck}^{2/3} = 0,21\ f_{ck}^{2/3}$

Para $\gamma_c = 1,4$, resulta:

$V_c = 0,09\ f_{ck}^{2/3}\ b_w\ d$ (f_{ck} em MPa, item 8.2.5 da NBR 6118:2003)

c) Cálculo da armadura transversal

De acordo com o modelo I (item 17.4.2.2 da NBR 6118:2003):

$V_{sw} = (A_{sw} / s)\ 0,9\ d\ f_{ywd}\ (\text{sen}\ \alpha + \cos\ \alpha)$

A_{sw} é a área de todos os ramos da armadura transversal;
s é o espaçamento da armadura transversal;
f_{ywd} é a tensão na armadura transversal;
α é o ângulo de inclinação da armadura transversal ($45° \leq \alpha \leq 90°$).

Em geral adotam-se estribos verticais ($\alpha = 90°$) e determina-se a área desses estribos por unidade de comprimento, ao longo do eixo da viga:

$a_{sw} = A_{sw} / s$

Nessas condições, tem-se:

$V_{sw} = a_{sw}\ 0{,}9\ d\ f_{yw}$ ou

$a_{sw} = V_{sw} / (0{,}9\ d\ f_{ywd})$

A tensão f_{ywd}, no caso de estribos, é dada pelo menor dos valores: f_{yd} e 435 MPa. Portanto, para aços CA-50 ou CA-60, pode-se adotar:

$f_{ywd} = 435\ MPa = 43{,}5\ kN/cm^2$

13.7 ARMADURA TRANSVERSAL MÍNIMA

Para garantir dutilidade à ruína por cisalhamento, a armadura transversal deve ser suficiente para suportar o esforço de tração resistido pelo concreto na alma, antes da formação de fissuras de cisalhamento.

Segundo o item 17.4.1.1.1 da NBR 6118:2003, a armadura transversal mínima deve ser constituída por estribos, com taxa geométrica:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \text{sen}\alpha} \geq 0{,}2\frac{f_{ctm}}{f_{ywk}}$$

$f_{ctm} = 0{,}3\ f_{ck}^{2/3}$ (item 8.2.5 da NBR 6118:2003);

f_{ywk} é resistência característica de escoamento da armadura transversal.

Portanto, a taxa mínima $\rho_{sw,min}$ da armadura transversal depende das resistências do concreto e do aço. Os valores de $\rho_{sw,min}$ são dados na **Tabela 13.1**.

Tabela 13.1 – Valores de $\rho_{sw,min}$ (%)

AÇO	CONCRETO						
	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
CA-25	0,1768	0,2052	0,2317	O,2568	0,2807	0,3036	0,3257
CA-50	0,0884	0,1026	0,1159	0,1284	0,1404	0,1580	0,1629
CA-60	0,0737	0,0855	0,0965	0,1070	0,1170	0,1265	0,1357

A armadura mínima é calculada por meio da equação:

$$a_{sw,min} = \frac{A_{sw}}{s} = \rho_{sw,min}.b_w$$

13.8 FORÇA CORTANTE RELATIVA À TAXA MÍNIMA

A força cortante solicitante $V_{Sd,min}$ relativa à taxa mínima é dada por:

$V_{Sd,min} = V_{sw,min} + V_c$

com

$V_{sw,min} = \rho_{sw,min}\ 0{,}9\ bd\ f_{ywd}$

13.9 DETALHAMENTO DOS ESTRIBOS

Apresentam-se as prescrições indicadas na NBR 6118:2003, item 18.3.3.2.

a) Diâmetro mínimo e diâmetro máximo

O diâmetro do estribo deve estar no intervalo: 5 mm $\leq \phi_t \leq b_w/10$.

Quando a barra for lisa, $\phi_t \leq 12$ mm.

No caso de estribos formados por telas soldadas, $\phi_{t,min} = 4{,}2$ mm, desde que sejam tomadas precauções contra a corrosão da armadura.

b) Espaçamento longitudinal mínimo e máximo

O espaçamento mínimo entre estribos, na direção longitudinal da viga, deve ser suficiente para a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento.

Para que não ocorra ruptura por cisalhamento nas seções entre os estribos, o espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

$V_{Sd} \leq 0{,}67\ V_{Rd2} \rightarrow s_{máx} = 0{,}6\ d \leq 300$ mm;

$V_{Sd} > 0{,}67\ V_{Rd2} \rightarrow s_{máx} = 0{,}3\ d \leq 200$ mm.

c) Número de ramos dos estribos

O número de ramos dos estribos deve ser calculado em função do espaçamento transversal máximo, entre ramos sucessivos dos estribos:

$V_{Sd} \leq 0{,}20\ V_{Rd2} \rightarrow s_{t,\,max} = d \leq 800$ mm;

$V_{Sd} > 0{,}20\ V_{Rd2} \rightarrow s_{t,\,max} = 0{,}6d \leq 350$ mm.

d) Ancoragem

Os estribos para cisalhamento devem ser fechados na face tracionada da viga, com um ramo horizontal envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração, e ancorados na face oposta.

Portanto, nas vigas biapoiadas, os estribos podem ser abertos na face superior, com ganchos nas extremidades.

Quando esta face também puder estar tracionada, o estribo deve ter o ramo horizontal nesta região, ou complementado por meio de barra adicional.

Portanto, nas vigas com balanços e nas vigas contínuas, devem ser adotados estribos fechados tanto na face inferior quanto na superior.

e) Emendas

As emendas por transpasse são permitidas quando os estribos forem constituídos por telas.

Embora não sejam usuais, as emendas por traspasse também são permitidas se os estribos forem constituídos por barras de alta aderência, ou seja, de aço CA-50 ou CA-60.

13.10 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

No final do capítulo sobre “Vigas”, apresentam-se todas as etapas do projeto de uma viga biapoiada, o cálculo de cisalhamento inclusive.