

ESTRUTURAS DE CONCRETO – CAPÍTULO 14

Libânio M. Pinheiro, Cassiane D. Muzardo

2004 out 06

ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO

14.1 MOMENTO DE FISSURAÇÃO (M_r)

“Nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. A separação entre essas duas partes é definida pelo momento de fissuração. Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada” (item 17.3 da NBR 6118:2003):

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta:

$$\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções T ou duplo T} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares} \end{cases}$$

A resistência do concreto à tração direta, f_{ct} , é obtida conforme o item 8.2.5 da NBR 6118:2003. Para determinação de M_r , no estado de limite de formação de fissura, deve ser usado o $f_{ctk,inf}$, e no estado limite de deformação excessiva, o f_{ctm} :

$$f_{ct} = \begin{cases} f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{2/3} & \text{(em MPa, formação de fissura)} \\ f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} & \text{(em MPa, deformação excessiva)} \end{cases}$$

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Para seção retangular, resulta:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$y_t = h - x = x$$

14.2 HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO

Por ser formado por dois materiais – concreto e aço – com propriedades diferentes, é necessário homogeneizar a seção, para alguns cálculos. Essa homogeneização é feita substituindo-se a área de aço por uma área correspondente de concreto, obtida a partir da área de aço A_s , multiplicando-a por $\alpha_e = E_s/E_c$.

14.2.1 Estádio I

No estágio I o concreto resiste à tração. Para seção retangular, a posição da linha neutra e o momento de inércia são calculados com base na Figura 14.1.

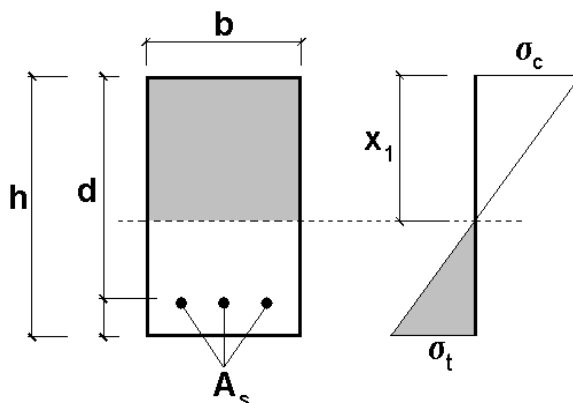


Figura 14.1 – Seção retangular no Estádio I

No cálculo da posição x_1 da linha neutra, basta fazer $M_{LN} = 0$, sendo M_{LN} o momento estático da seção em relação à linha neutra. Para a seção retangular da figura 14.1 tem-se:

$$M_{LN} = b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - b \cdot (h - x) \cdot \frac{(h - x)}{2} - (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - x) = 0 \rightarrow x_1$$

$$\alpha_e = E_s / E_c$$

$$E_s = 210 \text{ GPa} = 210 \text{ 000 MPa (Item 8.3.5 da NBR 6118:2003)}$$

$$E_c = 0,85 E_{ci} = 0,85 \cdot 5600 f_{ck}^{1/2} = 4760 f_{ck}^{1/2} \text{ (em MPa, item 8.2.8 da NBR 6118:2003)}$$

A expressão para cálculo da posição x_1 da linha neutra resulta:

$$x_1 = \frac{\frac{b \cdot h^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d}{b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}$$

Para a mesma seção retangular da Figura 14.1, o momento de inércia resulta:

$$I_1 = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(x_1 - \frac{h}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot (d - x_1)^2$$

Para seção circular, tem-se:

$$I_{1,cir} = \frac{\pi \cdot \phi^4}{64}$$

No cálculo de I_1 , é desprezível o momento de inércia da armadura em relação ao próprio eixo.

14.2.2 Estádio II

No estágio II o concreto tracionado é desprezado, pois ele está fissurado (Figura 14.2).

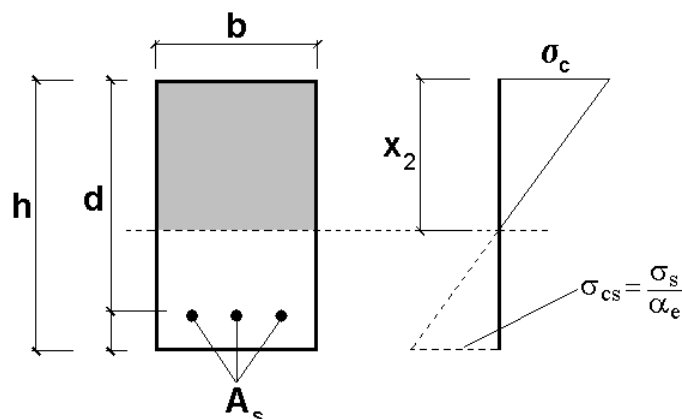


Figura 14.2 – Seção retangular no Estádio II

Com procedimento análogo ao do estágio I, desprezando-se a resistência do concreto à tração, tem-se para seção retangular no estágio II (Figura 14.2):

$$M_{LN} = b \cdot x \cdot \frac{x}{2} - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x) = 0 \rightarrow x_2$$

Portanto, a posição da linha neutra x_2 é obtida por meio da equação:

$$\frac{b}{2} \cdot x_2^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot x_2 - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0$$

Momento de inércia I_2 :

$$I_2 = \frac{b \cdot x_2^3}{12} + b \cdot x_2 \cdot \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2$$

ou

$$I_2 = \frac{b \cdot x_2^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2$$

14.3 FORMAÇÃO DE FISSURAS

O estado limite de formação de fissuras corresponde ao momento de fissuração calculado com $f_{ct} = f_{ctk,inf}$. Esse valor de M_r é comparado com o momento fletor relativo à combinação rara de serviço, dada por (item 11.8.3.2 da NBR 6118:2003):

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} \cdot F_{qjk}$$

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas

Ψ_1 é o fator de redução de combinação freqüente para ELS (Tabela 14.1)

Tabela 14.1 – Valores de ψ_0 , ψ_1 e ψ_2 (NBR 6118:2003)

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	$\psi_1^{(1)}$	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ⁽²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ⁽³⁾	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
⁽¹⁾ Para valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23 da NBR 6118:2003 ⁽²⁾ Edifícios residenciais ⁽³⁾ Edifícios comerciais e de escritórios				

Para edifícios, em geral, em que a única ação variável é a carga de uso, tem-se:

$$F_{d,ser} = F_{gk} + F_{qk} = F_k$$

Portanto, $M_{d,rara} = M_r$.

Se $M_{d,rara} > M_r$, há fissuras; caso contrário, não.

14.4 DEFORMAÇÃO

Na verificação das deformações de uma estrutura, deve-se considerar: combinação quase-permanente de ações e rigidez efetiva das seções.

A combinação quase-permanente é dada por (item 11.8.3.2 da NBR 6118:2003):

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk}$$

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço

F_{qjk} é o valor característico das ações variáveis principais diretas

Ψ_2 é o fator de redução de combinações quase permanente para ELS (Tabela 14.1).

Para edifícios, em geral, em que a única ação variável é a carga de uso, tem-se (Tabela 14.1, $\psi_2 = 0,3$):

$$F_{d,ser} = F_{gk} + \psi_2 \cdot F_{qk}$$

14.4.1 Flecha imediata em vigas

A flecha imediata pode ser calculada admitindo-se comportamento elástico e pode ser obtida por meio de tabelas, em função das condições de apoio e do tipo de carregamento. PINHEIRO (1993) apresenta tabelas com expressões do tipo:

$$a_i = \begin{cases} \alpha \frac{p \ell^4}{EI} & (p \text{ é uma carga linearmente distribuída}) \\ \beta \frac{P \ell^3}{EI} & (P \text{ é uma carga concentrada}) \\ \delta \frac{M \ell^2}{EI} & (M \text{ é um momento aplicado}) \end{cases}$$

α , β , δ são coeficientes tabelados e ℓ é o vão teórico.

Conforme a NBR 6118:2003, o módulo de elasticidade e o momento de inércia podem ser obtidos, respectivamente, conforme os itens 8.2.8 e 17.3.2.1.1:

$$E = E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} = 0,85 \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} = 4760 \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$I = I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_2$$

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_2 é o momento de inércia da no estágio II, calculado com $\alpha_e = E_s/E_c$;

M_a é o momento fletor na seção crítica, para combinação quase permanente;

M_r é o momento de fissuração calculado com $f_{ct} = f_{ctm}$.

O valor de M_r deve ser reduzido à metade, no caso de utilização de barras lisas.

14.4.2 Flecha diferida

A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão (NBR 6118:2003 – item 17.3.1.1.2):

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

ρ' é a taxa de armadura de compressão (armadura dupla), dada por:

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d}$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (\text{Tabela 14.2})$$

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Obtém-se, portanto:

Flecha diferida: $a_f = \alpha_f \cdot a_i$

Flecha total: $a_t = a_i + \alpha_f \cdot a_i = a_i (1 + \alpha_f)$

Tabela 14.2 – Valores de ξ (Tabela 17.1 da NBR 6118:2003)

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

14.4.3 Verificação das flechas

Os deslocamentos obtidos devem ser comparados com os valores limites dados na Tabela 14.3 e com os demais valores indicados na Tabela 13.2 da NBR 6118:2003.

Caso esses limites sejam ultrapassados, tem-se entre as soluções possíveis:

- Aumentar a idade para aplicação da carga (aumentar t_0), mantendo o escoramento por mais tempo ou retardando a execução de revestimentos, paredes etc.
- Adotar uma contraflecha (a_c), que pode ser estimada por meio da expressão (flecha imediata mais metade da flecha diferida):

$$a_c = a_i \cdot \left(1 + \frac{\alpha_f}{2} \right) = a_i + \frac{a_f}{2}$$

É usual arredondar o valor da contraflecha (a_c) para o múltiplo de 0,5 cm mais próximo do valor calculado. A contraflecha pode ser adotada mesmo quando os deslocamentos estiverem abaixo dos limites da Norma.

Tabela 14.3 – Limites para deslocamentos (Parte da Tabela 13.2 da NBR 6118:2003)

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	outro	Vibrações sentidas no piso	Devidos a cargas acidentais	$\ell/350$
Efeitos estruturais em serviço	superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell/250^{(1)}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell/350 + \text{contra-flecha}^{(2)}$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell/600$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento

⁽¹⁾As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

⁽²⁾Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell/350$.

14.5 ABERTURA DE FISSURAS

Na verificação de abertura de fissuras deve ser considerada combinação freqüente de ações. Para edifícios em geral, em que a carga de uso é a única ação variável, tem-se:

$$F_{d,ser} = F_{gk} + \psi_1 \cdot F_{qk} \text{ com } \psi_1 = 0,4 \text{ (Tabela 14.1)}$$

14.5.1 Valor da abertura de fissuras

A abertura de fissuras, w , determinada para cada região de envolvimento, é a menor entre w_1 e w_2 , dadas pelas expressões (item 17.3.3.2 da NBR 6118:2003):

$$w \leq \begin{cases} w_1 = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ctm}} \\ w_2 = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

σ_{si} , ϕ_i , E_{si} , ρ_{ri} são definidos para cada área de envolvimento em exame (Figura 14.3):

A_{cri} é a área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i (Figura 14.3);

E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro ϕ_i ;

ρ_{ri} é a taxa de armadura em relação à área A_{cri} , dada por:

$$\rho_{ri} = \frac{A_{si}}{A_{cri}}$$

σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no Estádio II, cálculo este que pode ser feito com $\alpha_e=15$ (item 17.3.3.2 da NBR 6118:2003).

η_i é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada (η_1 para armadura passiva dado no item 9.3.2.1 da NBR 6118:2003)

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,0 & \text{para barras lisas} \\ 1,4 & \text{para barras dentadas} \\ 2,25 & \text{para barras nervuradas} \end{cases}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ (em MPa, item 8.2.5 da NBR 6118:2003)}$$

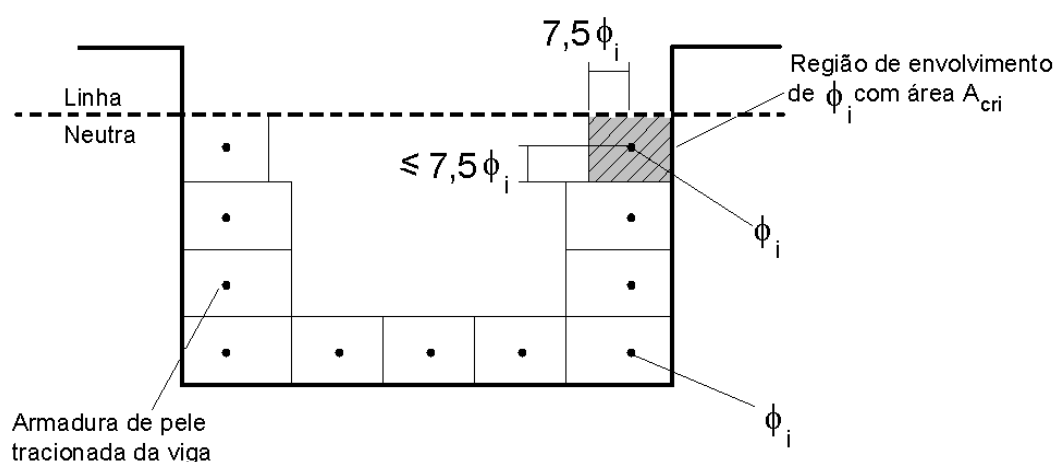


Figura 14.3 – Concreto de envolvimento da armadura (Figura 17.3 da NBR 6118:2003)

14.5.2 Cálculo de σ_{si}

Há duas maneiras de se calcular o valor de σ_{si} , indicadas a seguir.

a) Cálculo refinado

No Estádio II obtém-se x_2 e I_2 (item 14.2.2). Neste caso, a Norma permite adotar $\alpha_e=15$.

$$\sigma_{cs} = \frac{\sigma_s}{\alpha_e} = \frac{M_{d,freq}}{I_2} \cdot (d - x_2) \Rightarrow \sigma_s = \frac{\alpha_e \cdot M_{d,freq} \cdot (d - x_2)}{I_2}$$

b) Cálculo aproximado

É feito adotando-se $z = 0,80d$ (Figura 14.4):

$$\sigma_s = \frac{M_{d,freq}}{0,80 \cdot d \cdot A_s}$$

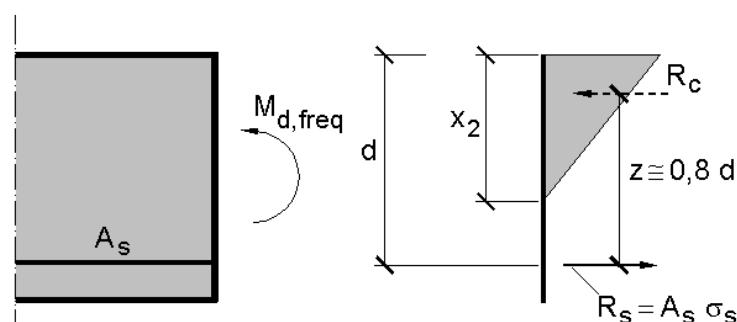


Figura 14.4 – Braço de alavanca

14.5.3 Valor limite

Em função da classe de agressividade ambiental, (Tabela 6.1 da NBR 6118:2003), a abertura máxima característica w_k das fissuras é dada na Tabela 14.4.

Tabela 14.4 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura (Parte de tabela 13.3 da NBR 6118:2003)

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	***
Concreto armado	CAA I	ELS - W $w_k \leq 0,4 \text{ mm}$	Combinação freqüente
	CAA II a CAA III	ELS - W $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$	
	CAA IV	ELS - W $w_k \leq 0,2 \text{ mm}$	

Caso o valor obtido para $w_k > w_{k,lim}$, as providências possíveis são:

- Diminuir o diâmetro da barra (diminui ϕ);
- Aumentar o número de barras mantendo o diâmetro (diminui σ_s);
- Aumentar a seção transversal da peça (diminui ϕ).

14.6 EXEMPLO

Verificar os ELS para a viga biapoiada indicada na Figura 14.5. Dados: seção 22cm x 40cm, $\ell = 410$ cm, concreto C25, aço CA-50, armadura longitudinal 4 ϕ 20 (12,60 cm²), $d = 35,9$ cm, classe II de Agressividade Ambiental.

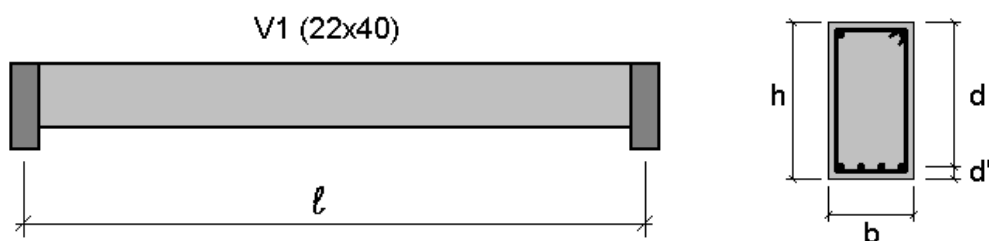


Figura 14.5 – Viga biapoiada

14.6.1 Momento de fissuração

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

$\alpha = 1,5$ (seção retangular)

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{22 \cdot 40^3}{12} = 117333 \text{ cm}^4$$

$$y_t = h - x = \frac{h}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

a) Formação de fissura

$$f_{ct} = f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 25^{2/3} = 1,795 \text{ MPa} = 0,1795 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,1795 \cdot 117333}{20} = 1580 \text{ kN.cm} = 15,8 \text{ kN.m}$$

$$M_{d,rara} = \frac{p \cdot \ell^2}{8} = \frac{50 \cdot 4,10^2}{8} = 105,1 \text{ kN.m}$$

$$M_{d,rara} = 105,1 \text{ kN.m} > M_r = 15,8 \text{ kN.m} \rightarrow \text{há fissuras}$$

b) Deformação excessiva

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,565 \text{ MPa} = 0,2565 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = \frac{1,5 \cdot 0,2565 \cdot 117333}{20} = 2257 \text{ kN.cm} \cong 22,6 \text{ kN.m}$$

14.6.2 Momento de inércia no estágio II

$$\frac{b}{2} \cdot x_2^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot x_2 - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0 \quad (\text{Item 14.2})$$

$$E_s = 210000 \text{ MPa}$$

$$E_c = 4760 \cdot f_{ck}^{1/2} = 4760 \cdot 25^{1/2} = 23800 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000}{23800} = 8,82$$

$$\frac{22}{2} \cdot x_2^2 + 8,82 \cdot 12,60 \cdot x_2 - 8,82 \cdot 12,60 \cdot 35,9 = 0$$

$$x_2^2 + 10,10 \cdot x_2 - 362,69 = 0$$

$$x_2 = 14,66 \text{ cm} \quad (\text{A raiz negativa é ignorada})$$

$$I_2 = \frac{b \cdot x_2^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2$$

$$I_2 = \frac{22 \cdot 14,66^3}{3} + 8,82 \cdot 12,60 \cdot (35,9 - 14,66)^2 \Rightarrow I_2 = 73.240 \text{ cm}^4$$

14.6.3 Deformação excessiva

a) Combinação quase-permanente

$$p_{qp} = g + \psi_2 \cdot q = 40 + 0,3 \cdot 10 = 43 \text{ kN/m} = \frac{43}{100} \text{ kN/cm}$$

b) Momento de inércia equivalente

É obtido com a expressão indicada no item 14.4.1:

$$I = I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_2$$

São conhecidos os valores (item 14.6.1 e 14.6.2)

$M_r = 22,6 \text{ kN.m}$ (EL - Deformação) (Item 14.6.1b)

$M_a = M_{d, \text{ rara}} = 105,1 \text{ kN.m}$ (Item 14.6.1a)

$I_c = 117333 \text{ cm}^4$ (Item 14.6.1)

$I_2 = 67380 \text{ cm}^4$ (Item 14.6.2)

Resulta:

$$I = I_{eq} = \left(\frac{22,6}{105,1} \right)^3 \cdot 117333 + \left[1 - \left(\frac{22,6}{105,1} \right)^3 \right] \cdot 73240 = 73679 \text{ cm}^4$$

c) Flecha imediata

A flecha imediata é obtida com a expressão (Tabela 3.2a, caso 6, PINHEIRO, 1993):

$$a_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot \ell^4}{E \cdot I}$$

O módulo de elasticidade do concreto foi calculado no item 14.6.2:

$$E = E_{cs} = 4760 \cdot f_{ck}^{1/2} = 4760 \cdot 25^{1/2} = 23.800 \text{ MPa} = 2.380 \text{ kN/cm}^2$$

Substituindo os valores já obtidos, resulta:

$$a_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{43}{100} \cdot \frac{410^4}{2380 \cdot 73679} \Rightarrow a_i = 0,902 \text{ cm}$$

d) Flecha diferida

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (\text{Item 14.4.2})$$

$$\left. \begin{array}{l} t \geq 70 \text{ meses} \\ t_0 = 1 \text{ mês} \end{array} \right\} \Delta \xi = 2 - 0,68 = 1,32 \quad (\text{Tabela 14.2})$$

$\rho' = 0$ (Armadura simples)

$$\alpha_f = \frac{1,32}{1} = 1,32$$

$$a_f = \alpha_f \cdot a_i = 1,32 \cdot 0,902 \rightarrow a_f = 1,191 \text{ cm}$$

e) Flecha total

$$a_t = a_i \cdot (1 + \alpha_f) = 0,902 \cdot (1 + 1,32) \Rightarrow a_t = 2,09 \text{ cm}$$

f) Flecha limite

Da Tabela 14.3, para aceitabilidade visual:

$$a_{\text{lim}} = \frac{\ell}{250} = \frac{410}{250} = 1,64 \text{ cm}$$

Há necessidade de contraflecha, pois:

$$a_t = 2,09 \text{ cm} > a_{\text{lim}} = 1,64 \text{ cm}$$

g) Contraflecha

$$a_c = a_i \cdot \left(1 + \frac{\alpha_f}{2}\right) = a_i + \frac{a_f}{2} = 0,902 + \frac{1,191}{2} = 1,49 \text{ cm} \quad (\text{Item 14.5.3})$$

Adota-se contraflecha de 1,5cm.

14.6.4 Abertura de fissuras

a) Dados iniciais

$$\phi = 20 \text{ mm}$$

$$\eta = 2,25 \text{ (Barras nervuradas, CA-50)}$$

$$E_s = 210\,000 \text{ MPa} = 21\,000 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{Item 8.2.5 da NBR 6118:2003})$$

b) Taxa de armadura ρ_{ri}

Com base na Figura 14.3, há duas regiões de envolvimento a considerar (Figura 14.6): das barras externas, $A_{\text{cri,es}}$, e das barras internas, $A_{\text{cri,int}}$. O espaçamento horizontal e_h das barras longitudinais é dado por:

$$e_h = \frac{b - (2c + 2\phi_t + 4\phi_\ell)}{3} \quad (\text{Há três espaços entre as barras})$$

Para $b=22\text{cm}$, $c=2,5\text{cm}$, $\phi_t=0,63\text{cm}$ e $\phi_\ell = 2\text{cm}$, resulta:

$$e_h = \frac{22 - (2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 0,63 + 4 \cdot 2,0)}{3} = 2,58\text{cm}$$

As respectivas áreas de envolvimento resultam:

$$\begin{aligned} A_{\text{cri, est}} &= (c + \phi_t + \phi_\ell + \frac{e_h}{2}) \cdot (c + \phi_t + 8\phi_\ell) = \\ &= (2,5 + 0,63 + 2,0 + \frac{2,58}{2}) \cdot (2,5 + 0,63 + 8 \cdot 2,0) = 122,81\text{cm}^2 \end{aligned}$$

$$A_{\text{cri, int}} = (\phi_\ell + e_h) \cdot (c + \phi_t + 8\phi_\ell) = (2,0 + 2,58) \cdot (2,5 + 0,63 + 8 \cdot 2,0) = 87,62\text{cm}^2$$

Adota-se o menor desses dois valores, resultando:

$$A_{\text{cri}} = 87,62\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ri}} = \frac{A_{\text{si}}}{A_{\text{cri}}} = \frac{2,0}{87,62} = 0,0228 = 2,28\%$$

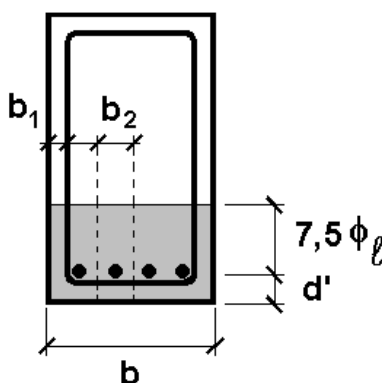


Figura 14.6 – Área A_{cr}

c) Momento fletor para combinação freqüente

$$M_{\text{d, freq}} = M_{\text{gk}} + \psi_1 \cdot M_{\text{qk}} \quad \psi_1 = 0,4 \text{ (Tabela 14.1)}$$

$$M_{\text{gk}} = \frac{40 \cdot 4,10^2}{8} = 84,1\text{kN.m}$$

$$M_{\text{qk}} = \frac{10 \cdot 4,10^2}{8} = 21,0\text{kN.m}$$

$$M_{\text{d, freq}} = 84,1 + 0,4 \cdot 21,0 = 92,5\text{kN.m}$$

d) Cálculo aproximado de σ_s

$$\sigma_s = \frac{M_{d,freq}}{0,80 \cdot d \cdot A_s} = \frac{9250}{0,80 \cdot 35,9 \cdot 12,60} = 25,56 \text{ kN/cm}^2$$

e) Cálculo de σ_s no estágio II com $\alpha_e = E_s / E_c = 8,82$

$$\sigma_s = \frac{\alpha_e \cdot M_{d,freq} \cdot (d - x_2)}{I_2} = \frac{8,82 \cdot 9250 \cdot (35,9 - 14,66)}{73240} = 23,66 \text{ kN/cm}^2$$

f) Cálculo de σ_s no estágio II com $\alpha_e = 15$ **• Linha neutra**

$$\frac{b}{2} \cdot x_2^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot x_2 - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0$$

$$\frac{22}{2} \cdot x_2^2 + 15 \cdot 12,60 \cdot x_2 - 15 \cdot 12,60 \cdot 35,9 = 0$$

$$x_2^2 + 17,18 \cdot x_2 - 616,82 = 0$$

$$x_2 = 17,69 \text{ cm} \quad (\text{A raiz negativa é ignorada})$$

• Momento de inércia

$$I_2 = \frac{b \cdot x_2^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2$$

$$I_2 = \frac{22 \cdot 17,69^3}{3} + 15 \cdot 12,60 \cdot (35,9 - 17,69)^2 \Rightarrow I_2 = 103269 \text{ cm}^4$$

• Valor de σ_s para $\alpha_e = 15$

$$\sigma_s = \frac{\alpha_e \cdot M_{d,freq} \cdot (d - x_2)}{I_2} = \frac{15 \cdot 9250 \cdot (35,9 - 17,69)}{103269} = 24,47 \text{ kN/cm}^2$$

Nota-se que este valor de σ_s é muito próximo dos obtidos nos itens anteriores.

g) Cálculo de w_k

$$w_k \leq \begin{cases} w_1 = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ctm}} \\ w_2 = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

$$w_1 = \frac{20}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{25,56}{21000} \cdot \frac{3 \cdot 25,56}{0,2565} = 0,26 \text{ mm}$$

$$w_2 = \frac{20}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{25,56}{21000} \cdot \left(\frac{4}{0,0228} + 45 \right) = 0,19 \text{ mm}$$

Obtém-se, portanto:

$$w_k = 0,19 \text{ mm} < w_{lim} = 0,4 \text{ mm} \quad (\text{Item 14.5.3})$$

AGRADECIMENTOS

Aos colaboradores na redação, nos desenhos e na revisão deste texto:

Marcos Vinícius Natal Moreira,

Anastácio Cantisani de Carvalho (UFAM) e

Sandro Pinheiro Santos.

REFERÊNCIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, ABNT.