Murilo A. Scadelai, Libânio M. Pinheiro

9 nov 2005

PILARES

Pilares são elementos estruturais lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes e cuja função principal é receber as ações atuantes nos diversos níveis e conduzi-las até as fundações.

Junto com as vigas, os pilares formam os pórticos, que na maior parte dos edifícios são os responsáveis por resistir às ações verticais e horizontais e garantir a estabilidade global da estrutura.

As ações verticais são transferidas aos pórticos pelas estruturas dos andares, e as ações horizontais decorrentes do vento são levadas aos pórticos pelas paredes externas.

16.1 CARGAS NOS PILARES

Nas estruturas usuais, compostas por lajes, vigas e pilares, o caminho das cargas começa nas lajes, que delas vão para as vigas e, em seguida, para os pilares, que as conduzem até a fundação.

As lajes recebem as cargas permanentes (peso próprio, revestimentos etc.) e as variáveis (pessoas, máquinas, equipamentos etc.) e as transmitem para as vigas de apoio.

As vigas, por sua vez, além do peso próprio e das cargas das lajes, recebem também cargas de paredes dispostas sobre elas, além de cargas concentradas provenientes de outras vigas, levando todas essas cargas para os pilares em que estão apoiadas.

Os pilares são responsáveis por receber as cargas dos andares superiores, acumular as reações das vigas em cada andar e conduzir esses esforços até as fundações.

Nos edifícios de vários andares, para cada pilar e no nível de cada andar, obtém-se o subtotal de carga atuante, desde a cobertura até os andares inferiores. Essas cargas, no nível de cada andar, são utilizadas para dimensionamento dos tramos do pilar. A carga total é usada no projeto da fundação.

Nas estruturas constituídas por lajes sem vigas, os esforços são transmitidos diretamente das lajes para os pilares. Nessas lajes, deve-se dedicar atenção especial à verificação de punção.

16.2 CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

No dimensionamento de pilares, a determinação das características geométricas está entre as primeiras etapas.

16.2.1 Dimensões mínimas

Com o objetivo de evitar um desempenho inadequado e propiciar boas condições de execução, a NBR 6118:2003, no seu item 13.2.3, estabelece que a seção transversal dos pilares, qualquer que seja a sua forma, não deve apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 12 cm, desde que no dimensionamento se multipliquem as ações por um coeficiente adicional γ_n, indicado na Tabela 1 e baseado na equação:

$$\gamma_n = 1{,}95 - 0{,}05 \cdot b$$

b é a menor dimensão da seção transversal do pilar (em cm).

Tabela 1. Valores do coeficiente adicional γ_n em função de b (NBR 6118:2003)

B (cm)	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35

Portanto, o coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nos pilares, quando de seu dimensionamento.

Todas as recomendações referentes aos pilares são válidas nos casos em que a maior dimensão da seção transversal não exceda cinco vezes a menor dimensão ($h \leq 5b$). Quando esta condição não for satisfeita, o pilar deve ser tratado como pilar-parede (NBR 6118:2003, item 18.5).

Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm². Exemplos de seções mínimas: 12cm x 30cm, 15cm x 24cm, 18cm x 20cm.

16.2.2 Comprimento equivalente

Segundo a NBR 6118:2003, item 15.6, o comprimento equivalente ℓ_e do pilar, suposto vinculado em ambas extremidades, é o menor dos valores (Figura 1):

$$\ell_e \leq \begin{cases} \ell_0 + h \\ \ell \end{cases}$$

ℓ_o é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

h é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura;

ℓ é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

No caso de pilar engastado na base e livre no topo, $\ell_e = 2\ell$.

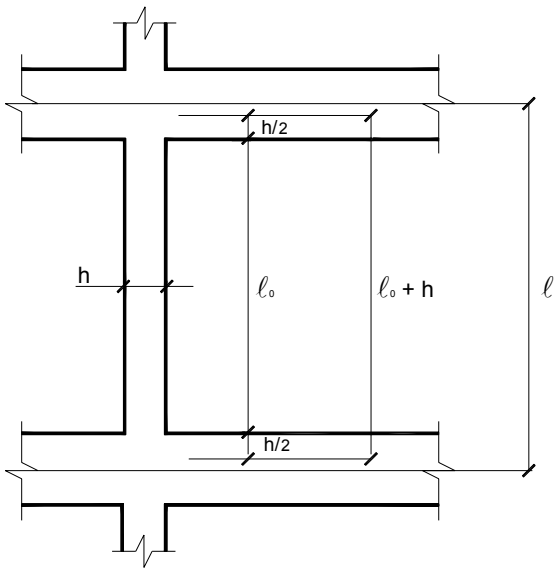

Figura 1. Distâncias ℓ_o e ℓ

16.2.3 Raio de giração

Define-se o raio de giração **i** como sendo:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

I é o momento de inércia da seção transversal;
A é a área de seção transversal.

Para o caso em que a seção transversal é retangular, resulta:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} \Rightarrow \mathbf{i} = \frac{\mathbf{h}}{\sqrt{\mathbf{12}}}$$

16.2.4 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez é definido pela relação:

$$\lambda = \ell_e / i$$

16.3 CLASSIFICAÇÃO DOS PILARES

Os pilares podem ser classificados conforme as solicitações iniciais e a esbeltez.

16.3.1 Pilares internos, de borda e de canto

Quanto às solicitações iniciais, os tipos de plilares são mostrados na Figura 2.

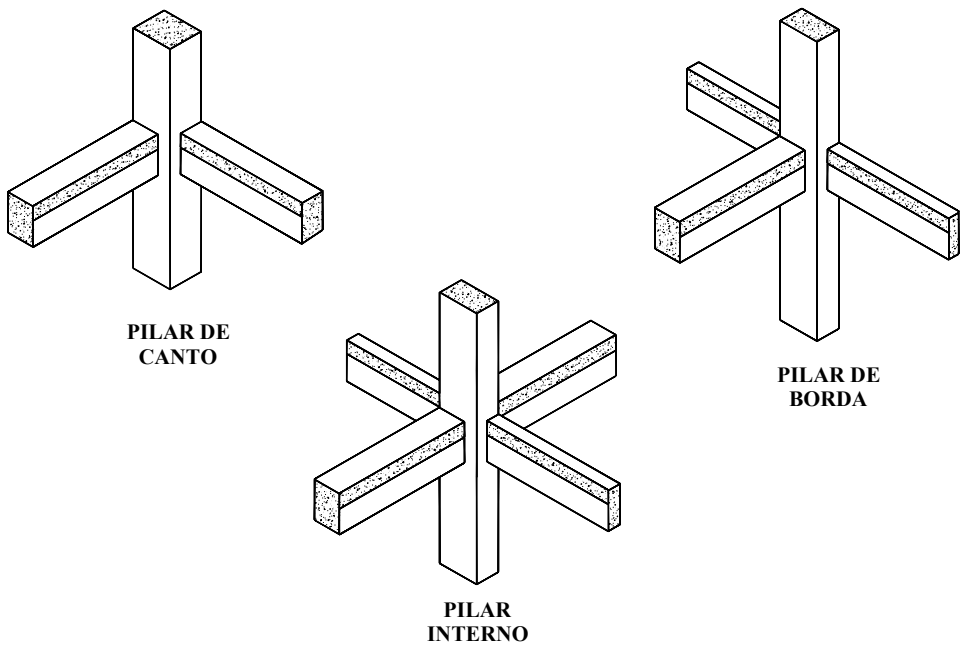

Figura 2. Classificação quanto às solicitações iniciais

Serão considerados internos os pilares em que se pode admitir compressão simples, ou seja, em que as excentricidades iniciais podem ser desprezadas.

Nos pilares de borda, as solicitações iniciais correspondem a flexão composta normal, ou seja, admite-se excentricidade inicial em uma direção. Para seção quadrada ou retangular, a excentricidade inicial é perpendicular à borda.

Pilares de canto são submetidos a flexão oblíqua. As excentricidades iniciais ocorrem nas direções das bordas.

16.3.2 Classificação quanto à esbeltez

De acordo com o índice de esbeltez (λ), os pilares podem ser classificados em:

- pilares robustos ou pouco esbeltos $\rightarrow \lambda \leq \lambda_1$
- pilares de esbeltez média $\rightarrow \lambda_1 < \lambda \leq 90$
- pilares esbeltos ou muito esbeltos $\rightarrow 90 < \lambda \leq 140$
- pilares excessivamente esbeltos $\rightarrow 140 < \lambda \leq 200$

A NBR 6118:2003 não admite, em nenhum caso, pilares com λ superior a 200.

16.4 EXCENTRICIDADES DE PRIMEIRA ORDEM

As excentricidades de primeira ordem são comentadas a seguir.

16.4.1 Excentricidade inicial

Em estruturas usuais de edifícios, ocorre um monolitismo nas ligações entre vigas e pilares que compõem os pórticos. A excentricidade inicial, oriunda das ligações dos pilares com as vigas neles interrompidas, ocorre em pilares de borda e de canto.

A partir das ações atuantes em cada tramo do pilar, as excentricidades iniciais no topo e na base são obtidas com as expressões (Figura 3):

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N} \quad \text{e} \quad e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N}$$

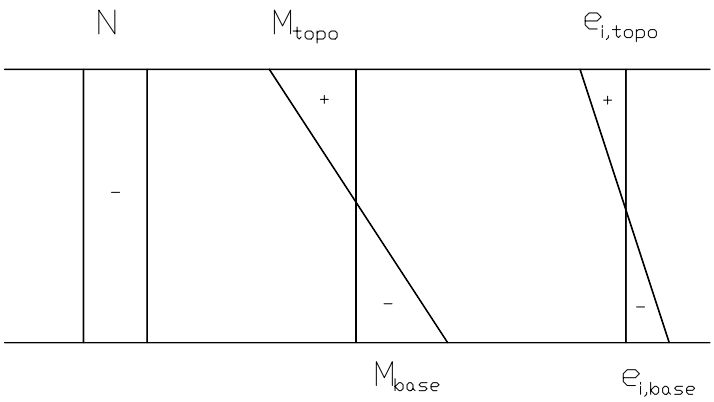

Figura 3. Excentricidades iniciais no topo e na base do pilar

Os momentos no topo e na base podem ser obtidos no cálculo do pórtico, usando, por exemplo, o programa Ftool (MARTHA, 2001). Segundo a NBR 6118:2003, pode, também, ser admitido esquema estático apresentado na Figura 4.

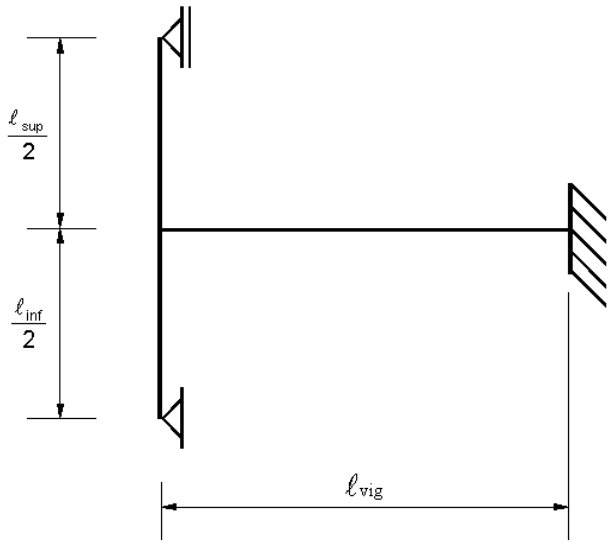

Figura 4. Esquema estático

Para esse esquema estático, pode ser considerado, nos apoios extremos, momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes estabelecidos nas seguintes relações:

- na viga: $$\frac{3r_{inf} + 3r_{sup}}{4r_{vig} + 3r_{inf} + 3r_{sup}}$$

- no tramo superior do pilar: $$\frac{3r_{sup}}{4r_{vig} + 3r_{inf} + 3r_{sup}}$$

- no tramo inferior do pilar: $$\frac{3r_{inf}}{4r_{vig} + 3r_{inf} + 3r_{sup}}$$

r_i é a rigidez do elemento **i** no nó considerado, avaliada de acordo com a Figura 4 e dada por:

$$r_i = \frac{I_i}{\ell_i}$$

16.4.2 Excentricidade acidental

Segundo a NBR 6118:2003, na verificação do estado limite último das estruturas reticuladas, devem ser consideradas as imperfeições do eixo dos elementos da estrutura descarregada. Essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: imperfeições globais e imperfeições locais.

Muitas das imperfeições podem ser cobertas apenas pelos coeficientes de ponderação, mas as imperfeições dos eixos das peças não. Elas devem ser explicitamente consideradas porque têm efeitos significativos sobre a estabilidade da construção.

a) Imperfeições globais

Na análise global das estruturas reticuladas, sejam elas contraventadas ou não, deve ser considerado um desaprumo dos elementos verticais conforme mostra a Figura 5:

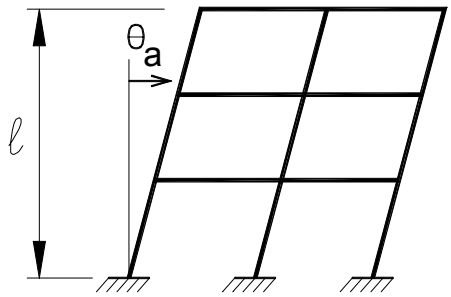

Figura 5. Imperfeições geométricas globais (NBR 6118:2003)

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{\ell}} \qquad \theta_a = \theta_1\sqrt{\frac{1 + 1/n}{2}}$$

ℓ é a altura total da estrutura (em metros);
n é o número total de elementos verticais contínuos;
θ_{1min} = 1/400 para estruturas de nós fixos; ou
θ_{1min} = 1/300 para estruturas de nós móveis e imperfeições locais.

Esse desaprumo não precisa ser superposto ao carregamento de vento. Entre os dois, vento e desaprumo, pode ser considerado apenas o mais desfavorável (que provoca o maior momento total na base de construção). O valor máximo de θ_1 será de 1/200.

b) Imperfeições locais

Na análise local de elementos dessas estruturas reticuladas, devem também ser levados em conta efeitos de imperfeições geométricas locais. Para a verificação de um lance de pilar deve ser considerado o efeito do desaprumo ou da falta de retilinidade do eixo do pilar (Figura 6).

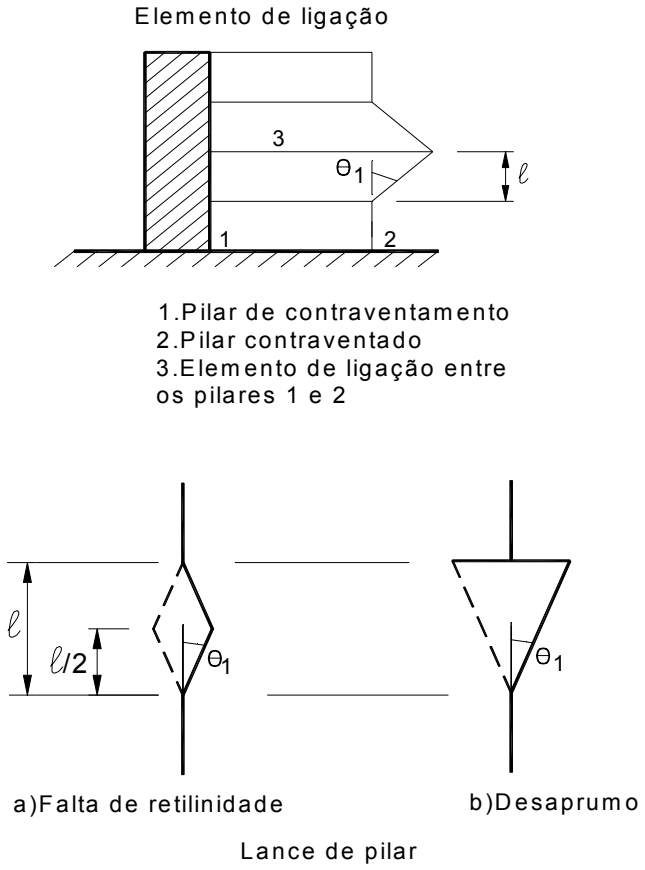

Figura 6. Imperfeições geométricas locais (NBR 6118:2003)

Admite-se que, nos casos usuais, a consideração da falta de retilinidade seja suficiente. Assim, a excentricidade acidental e_a pode ser obtida pela expressão:

$$e_a = \theta_1 \cdot \ell/2$$

No caso de elementos, usualmente vigas e lajes, que ligam pilares contraventados a pilares de contraventamento, deve ser considerada a tração decorrente do desaprumo do pilar contraventado (Figura 6). Para pilar em balanço, obrigatoriamente deve ser considerado o desaprumo, ou seja:

$$e_a = \theta_1 \cdot \ell$$

16.4.3 Momento mínimo

Segundo a NBR 6118:2003, o efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído em estruturas reticuladas pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem, dado por:

$$M_{1d,min} = N_d\ (0{,}015 + 0{,}03h)$$

h é a altura total da seção transversal na direção considerada (em metros).

Nas estruturas reticuladas usuais admite-se que o efeito das imperfeições locais esteja atendido se for respeitado esse valor de momento total mínimo. A este momento devem ser acrescidos os momentos de 2ª ordem.

No caso de pilares submetidos à flexão oblíqua composta, esse mínimo deve ser respeitado em cada uma das direções principais, separadamente; isto é, o pilar deve ser verificado sempre à flexão oblíqua composta onde, em cada verificação, pelo menos um dos momentos respeita o valor mínimo indicado.

16.4.4 Excentricidade de forma

Em edifícios, as posições das vigas e dos pilares dependem fundamentalmente do projeto arquitetônico. Assim, é comum em projetos a coincidência entre faces (internas ou externas) das vigas com as faces dos pilares que as apóiam.

Quando os eixos baricêntricos das vigas não passam pelo centro de gravidade da seção transversal do pilar, as reações das vigas apresentam excentricidades que são denominadas excentricidades de forma. A Figura 7 apresenta exemplos de excentricidades de forma em pilares intermediários, de borda e de canto.

As excentricidades de forma, em geral, não são consideradas no dimensionamento dos pilares, pelas razões apresentadas a seguir. A Figura 8 mostra as vigas VT01 e VT04 que se apóiam no pilar P01, com excentricidades de forma e_{fy} e e_{fx}, respectivamente. As tensões causadas pela reação da viga VT01, pelo Princípio de Saint-Venant, propagam-se com um ângulo de 45° e logo se uniformizam, distribuindo-se por toda a seção do pilar em um plano P.

A excentricidade de forma provoca, no nível de cada andar, um momento fletor $M_{VT01} = R_{VT01}.e_{fy}$ que tende a ser equilibrado por um binário. A Figura 8 também representa esquematicamente os eixos dos pilares em vários tramos sucessivos, os momentos introduzidos pela excentricidade de forma e os binários que os equilibram.

Observa-se que, em cada piso, atuam pares de forças em sentidos contrários com valores da mesma ordem de grandeza e que, portanto, tendem a se anular.

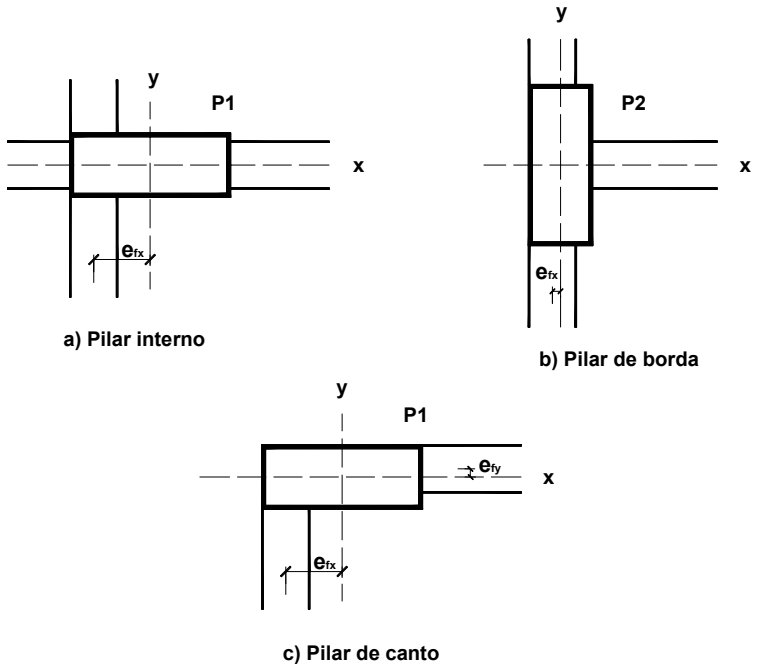

Figura 7. Exemplos de excentricidades de forma em pilares

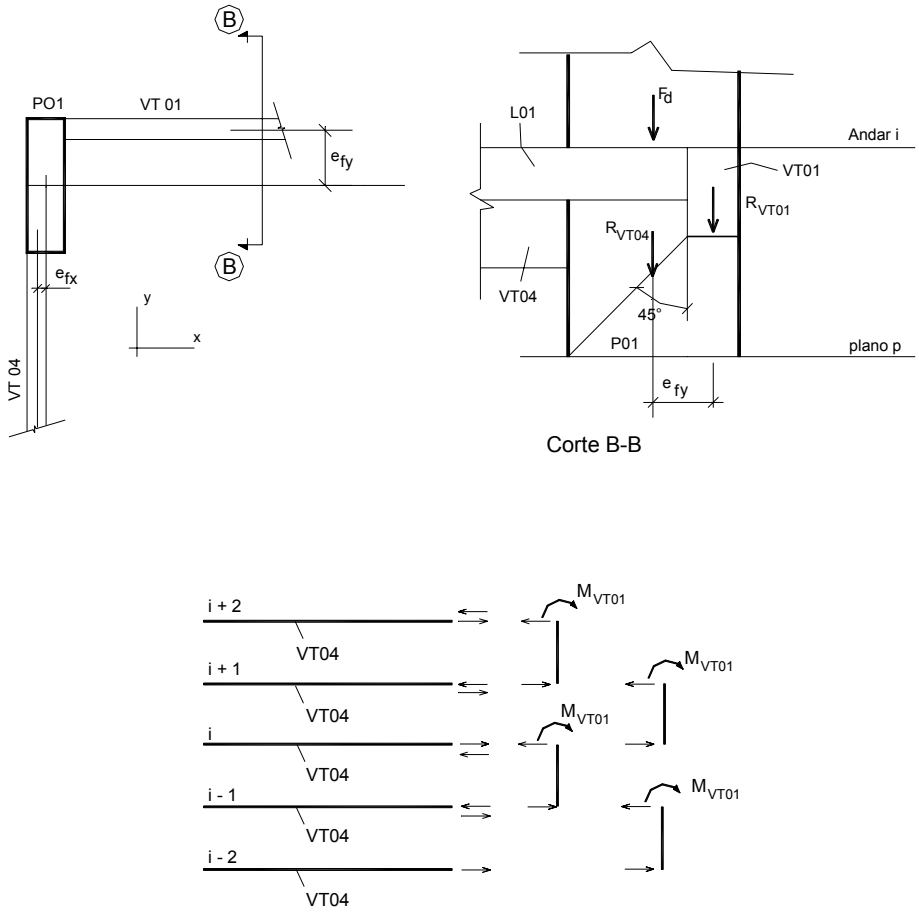

Figura 8. Excentricidades de forma e binários correspondentes

A rigor, apenas nos níveis da fundação e da cobertura as excentricidades de forma deveriam ser consideradas. Entretanto, mesmo nesses níveis, elas costumam ser desprezadas.

No nível da fundação, sendo muito grande o valor da força normal proveniente dos andares superiores, o acréscimo de uma pequena excentricidade da reação da viga não afeta significativamente os resultados do dimensionamento. Já no nível da cobertura, os pilares são pouco solicitados e dispõem de armadura mínima, em geral, capaz de absorver os esforços adicionais causados pela excentricidade de forma.

16.4.5 Excentricidade suplementar

A excentricidade suplementar leva em conta o efeito da fluência. A consideração da fluência é complexa, pois a duração de cada ação tem que ser levado em conta, ou seja, o histórico de cada ação precisaria ser conhecido.

O cálculo da excentricidade suplementar é obrigatório em pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$, de acordo com a NBR 6118:2003.

O valor dessa excentricidade e_c, em que o índice c refere-se a "creep" (fluência, em inglês), pode ser obtida de maneira aproximada pela expressão:

$$e_c = \left(\frac{M_{Sg}}{N_{Sg}} + e_a \right) \left(2{,}718^{\frac{\varphi N_{Sg}}{N_e - N_{Sg}}} - 1 \right)$$

$N_e = \dfrac{10 \cdot E_{ci} \cdot I_c}{\ell_e^2}$ (força de flambagem de Euler);

M_{Sg}, N_{Sg} são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente;

e_a é a excentricidade acidental devida a imperfeições locais;

φ é o coeficiente de fluência;

$E_{ci} = 5600\ f_{ck}^{1/2}$ (MPa);

I_c é o momento de inércia no estádio I;

ℓ_e é o comprimento equivalente do pilar.

16.5 ESBELTEZ LIMITE

O conceito de esbeltez limite surgiu a partir de análises teóricas de pilares, considerando material elástico-linear. Corresponde ao valor da esbeltez a partir do qual os efeitos de 2ª ordem começam a provocar uma redução da capacidade resistente do pilar.

Em estruturas de nós fixos, dificilmente um pilar de pórtico, não muito esbelto, terá seu dimensionamento afetado pelos efeitos de 2ª ordem, pois o momento fletor total máximo provavelmente será apenas o de 1ª ordem, num de seus extremos.

Diversos fatores influenciam no valor da esbeltez limite. Os preponderantes são:

- excentricidade relativa de 1ª ordem e_1/h;
- vinculação dos extremos do pilar isolado;
- forma do diagrama de momentos de 1ª ordem.

Segundo a NBR 6118:2003, os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez λ for menor que o valor limite λ_1, que pode ser calculado pelas expressões:

$$\lambda_1 = \frac{\left(25 + 12,5 \cdot e_1/h\right)}{\alpha_b} \qquad 35 \le \lambda_1 \le 90$$

sendo e_1 a excentricidade de 1ª ordem. A NBR 6118:2003 não deixa claro como se adota este valor. Na dúvida, pode-se admitir, no cálculo de λ_1, e_1 igual ao menor valor da excentricidade de 1ª ordem, no trecho considerado. Para pilares usuais de edifícios, vinculados nas duas extremidades, na falta de um critério mais específico, é razoável considerar $e_1 = 0$.

O coeficiente α_b deve ser obtido conforme estabelecido a seguir.

a) Pilares biapoiados sem forças transversais

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40\frac{M_B}{M_A} \ge 0,40 \qquad \text{sendo:} \quad 0,4 \le \alpha_b \le 1,0$$

M_A é o momento fletor de 1ª ordem no extremo A do pilar (maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado);

M_B é o momento fletor de 1ª ordem no outro extremo B do pilar (toma-se para M_B o sinal positivo se tracionar a mesma face que M_A e negativo em caso contrário).

b) Pilares biapoiados com forças transversais significativas, ao longo da altura

$$\alpha_b = \mathbf{1}$$

c) Pilares em balanço

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20\frac{M_C}{M_A} \ge 0,85 \qquad \text{sendo:} \quad 0,85 \le \alpha_b \le 1,0$$

M_A é o momento fletor de 1ª ordem no engaste;

M_C é o momento fletor de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) Pilares biapoiados ou em balanço com momentos fletores menores que o momento mínimo (ver item 16.4.3)

$$\alpha_b = \mathbf{1}$$

16.6 EXCENTRICIDADE DE SEGUNDA ORDEM

A força normal atuante no pilar, sob as excentricidades de 1ª ordem (excentricidade inicial), provoca deformações que dão origem a uma nova excentricidade, denominada excentricidade de 2ª ordem.

A determinação dos efeitos locais de 2ª ordem, segundo a NBR 6118:2003, em barras submetidas à flexo-compressão normal, pode ser feita pelo método geral ou por métodos aproximados.

A consideração da fluência é obrigatória para índice de esbeltez $\lambda > 90$, acrescentando-se ao momento de 1ª ordem M_{1d} a parcela relativa à excentricidade suplementar e_c.

16.7 MÉTODOS DE CÁLCULO

Apresentam-se conceitos do método geral, do pilar padrão e dos métodos simplificados indicados pela NBR 6118:2003.

16.7.1 Método geral

O método geral consiste em estudar o comportamento da barra à medida que se dá o aumento do carregamento ou de sua excentricidade. É aplicável a qualquer tipo de pilar, inclusive nos casos em que as dimensões da peça, a armadura ou a força aplicada são variáveis ao longo do seu comprimento.

A utilização desse método se justifica pela qualidade dos seus resultados, que retratam com maior precisão o comportamento real da estrutura, pois considera a não-linearidade geométrica, de maneira bastante precisa.

Considere-se o pilar da Figura 9 engastado na base e livre no topo, sujeito à força excêntrica de compressão N_d.

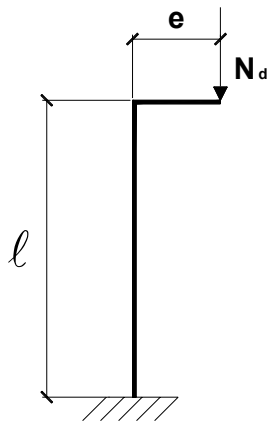

Figura 9. Pilar sujeito à compressão excêntrica

Sob a ação do carregamento, o pilar apresenta uma deformação que, por sua vez, gera nas seções um momento incremental $N_d.y$, provocando novas deformações e novos momentos (Figura 10). Se as ações externas (N_d e M_d) forem menores que a capacidade resistente da barra, essa interação continua até que seja atingido um estado de equilíbrio para todas as seções da barra. Tem-se, portanto, uma forma

fletida estável (Figura 10.a). Caso contrário, se as ações externas forem maiores que a capacidade resistente da barra, o pilar perde estabilidade (Figura 10.b). A verificação que se deve fazer é quanto à existência da forma fletida estável.

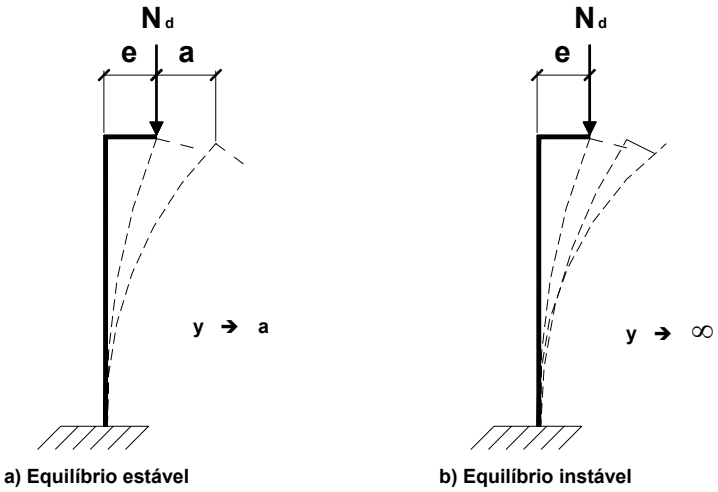

Figura 10. Configurações fletidas

A estabilidade será atingida quando o pilar parar numa forma deformada estável, como mostra a Figura 11, de flecha **a**, com equilíbrio alcançado entre esforços internos e externos, respeitada a compatibilidade entre curvaturas, deformações e posições da linha neutra, assim como as equações constitutivas dos materiais e sem haver, na seção crítica, deformação convencional de ruptura do concreto ou deformação plástica excessiva do aço.

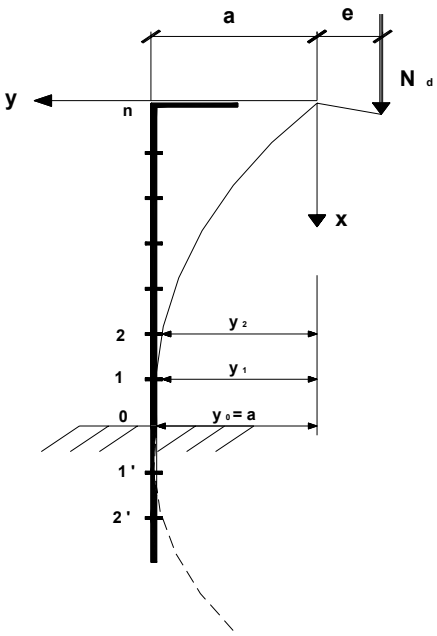

Figura 11. Deformada estável

16.7.2 Pilar padrão

Como o método geral é extremamente trabalhoso, tendo em vista o número muito grande de operações matemáticas, torna-se inviável a utilização desse método sem o auxílio do computador.

A NBR 6118:2003 permite a utilização de alguns métodos simplificados, como o do pilar padrão e o do pilar padrão melhorado, cujas aproximações são relativas às não-linearidades física e geométrica.

Por definição, pilar padrão é um pilar em balanço com uma distribuição de curvaturas que provoque na sua extremidade livre uma flecha **a** dada por:

$$a = 0{,}4 \cdot \left(\frac{\ell^2}{r}\right)_{base} = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base}$$

A elástica do pilar, indicada na Figura 12, é admitida senoidal, dada pela equação (1):

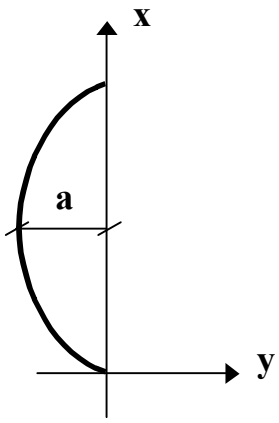

Figura 12. Elástica do pilar padrão

$$y = -a \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\ell} x\right) \tag{1}$$

Nessas condições, tem-se:

$$y' = -a \cdot \frac{\pi}{\ell} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\ell} x\right) \qquad y'' = a \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\ell} x\right)$$

Como:

$$\frac{1}{r} \cong \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Para a seção média, tem-se:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{x=\ell/2} = (y'')_{x=\ell/2} = a \cdot \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2$$

Assim, a flecha máxima pode ser:

$$a = \frac{\ell^2}{\pi^2} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{x=\ell/2}$$

Para o caso do pilar em balanço, tem-se:

$$a = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base} \qquad \text{em que } \pi^2 \cong 10.$$

Obtendo-se a flecha máxima, pode-se obter também o momento total, já que o momento de 2ª ordem pode ser obtido facilmente pela equação (2).

$$M_{2,base} = N \cdot a$$

$$M_{2,base} = N \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{base} \qquad (2)$$

16.7.3 Método da curvatura aproximada

O método do pilar padrão com curvatura aproximada é permitido para pilares de seção constante e de armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo e $\lambda \leq 90$. A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a configuração deformada da barra seja senoidal. A não-linearidade física é levada em conta através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. A excentricidade de 2ª ordem e_2 é dada por:

$$e_2 = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$

1/r é a curvatura na seção crítica, que pode ser avaliada pela expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0{,}005}{h(\nu + 0{,}5)} \leq \frac{0{,}005}{h}$$

h é a altura da seção na direção considerada;
$\nu = N_{Sd} / (A_c f_{cd})$ é a força normal adimensional.

Assim, o momento total máximo no pilar é dado por:

$$M_{d,tot} = \left(\alpha_b M_{1d,A} + N_d . \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} \right) \geq M_{1d,A}$$

16.7.4 Método da rigidez κ aproximada

O método do pilar padrão com rigidez κ aproximada é permitido para $\lambda \leq 90$ nos pilares de seção retangular constante, armadura simétrica e constante ao longo do comprimento. A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja senoidal. A não-linearidade física é levada em conta através de uma expressão aproximada da rigidez.

O momento total máximo no pilar é dado por:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \dfrac{\lambda^2}{120\kappa/\nu}} \geq M_{1d,A} \qquad (3)$$

κ é valor da rigidez adimensional, dado aproximadamente por:

$$\kappa = 32\left(1 + 5.\frac{M_{d,tot}}{h.N_d}\right) \cdot \nu \qquad (4)$$

Observa-se que o valor da rigidez adimensional κ é necessário para o cálculo de $M_{d,tot}$, e para o cálculo de κ utiliza-se o valor de $M_{d,tot}$. Assim, a solução pode ser obtida por tentativas. Usualmente, poucas iterações são suficientes.

16.8 CÁLCULO SIMPLIFICADO

A NBR 6118:2003, item 17.2.5, apresenta processos aproximados para dimensionamento à flexão composta normal e à flexão composta oblíqua.

16.8.1 Flexão composta normal

O cálculo para o dimensionamento de seções retangulares ou circulares com armadura simétrica, sujeitas a flexo-compressão normal, em que a força normal reduzida (ν) seja maior ou igual a 0,7, pode ser realizado como um caso de compressão centrada equivalente, em que:

$$N_{Sd,eq} = N_{Sd}\left(1 + \beta \frac{e}{h}\right) \quad \text{e} \quad M_{Sd,eq} = 0$$

$$\nu = \frac{N_{Sd}}{A_c f_{cd}} \qquad \frac{e}{h} = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd} h}$$

$$\beta = \frac{1}{(0{,}39 + 0{,}01\alpha) - 0{,}8\dfrac{d'}{h}}$$

sendo o valor de α dado por:

α = -1/α_S, se $\alpha_S < 1$ em seções retangulares;
$\alpha = \alpha_S$, se $\alpha_S \geq 1$ em seções retangulares;
α = 6, se $\alpha_S < 6$ em seções retangulares;
α = -4, em seções circulares.

Supondo que todas as barras sejam iguais, α_S é dado por:

$$\alpha_S = \frac{(n_h - 1)}{(n_v - 1)}$$

O arranjo de armadura adotado para detalhamento (Figura 13) deve ser fiel aos valores de α_S e d'/h pressupostos.

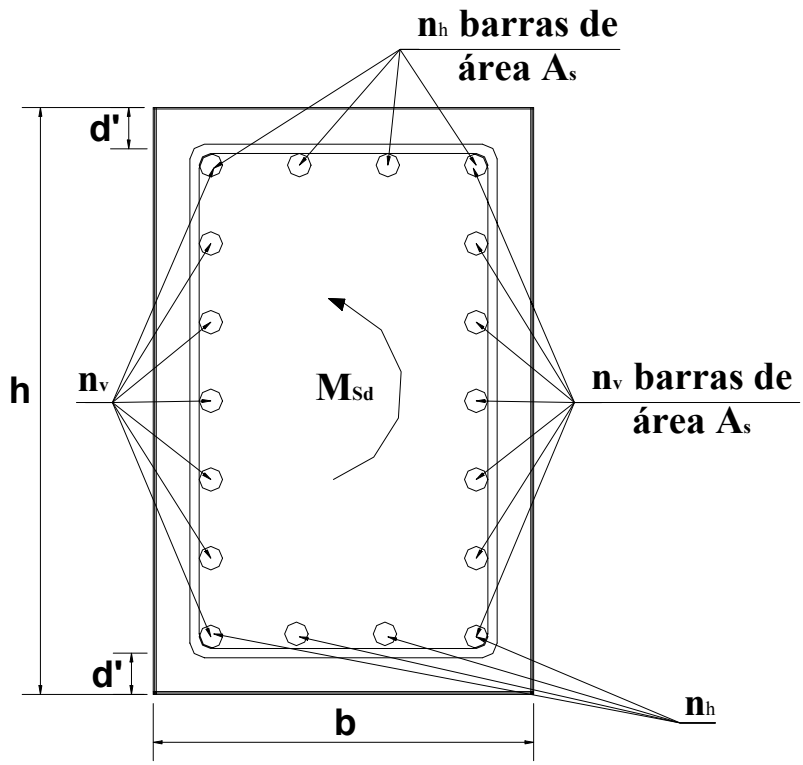

Figura 13. Arranjo de armadura caracterizado pelo parâmetro α_S (Figura 17.2 da NBR 6118:2003)

16.8.2 Flexão composta oblíqua

Nas situações de flexão simples ou composta oblíqua, pode ser adotada a aproximação dada pela expressão de interação:

$$\left[\frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}}\right]^{\alpha} + \left[\frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}}\right]^{\alpha} = 1$$

$M_{Rd,x}$; $M_{Rd,y}$ são as componentes do momento resistente de cálculo em flexão oblíqua composta, segundo os dois eixos principais de inércia x e y, da seção bruta, com um esforço normal resistente de cálculo N_{Rd} igual à normal solicitante N_{Sd}. Esses são os valores que se deseja obter;

$M_{Rd,xx}$; $M_{Rd,yy}$ são os momentos resistentes de cálculo segundo cada um dos referidos eixos em flexão composta normal, com o mesmo valor de N_{Rd}. Esses valores são calculados a partir do arranjo e da quantidade de armadura em estudo;

α é um expoente cujo valor depende de vários fatores, entre eles o valor da força normal, a forma da seção, o arranjo da armadura e de suas porcentagens. Em geral pode ser adotado α = 1, a favor da segurança. No caso de seções retangulares, pode-se adotar α = 1,2.

16.9 DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

Serão considerados o cobrimento das armaduras dos pilares e alguns aspectos relativos às armaduras longitudinais e às transversais.

16.9.1 Cobrimento das armaduras

O cobrimento das armaduras é considerado no item 7.4.7 da NBR 6118:2003. Cobrimento mínimo é o menor valor que deve ser respeitado ao longo de todo o elemento considerado. Para garantir o cobrimento mínimo (c_{min}), o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal (c_{nom}), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δc). Assim, as dimensões das armaduras e os espaçadores devem respeitar os cobrimentos nominais, estabelecidos na Tabela 2, para Δc = 10 mm.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c$$

Tabela 2. Valores de c_{nom} em pilares de concreto armado para Δc = 10 mm (NBR 6118:2003)

Classe de agressividade	I	II	III	IV
c_{nom} (mm)	25	30	40	50

Nas obras correntes, o valor de Δc deve ser maior ou igual a 10 mm. Quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução, pode ser adotado o valor Δc = 5 mm, mas a exigência de controle rigoroso deve ser explicitada nos desenhos de projeto. Permite-se, então, redução de 5 mm dos cobrimentos nominais prescritos na Tabela 2.

Os cobrimentos são sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo. O cobrimento nominal deve ser maior que o diâmetro da barra.

A dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado não pode superar em 20% o cobrimento nominal, ou seja:

$$d_{\max} \leq 1{,}2 \cdot c_{nom}$$

16.9.2 Armaduras longitudinais

A escolha e a disposição das armaduras devem atender não só à função estrutural como também às condições de execução, particularmente com relação ao lançamento e adensamento do concreto. Os espaços devem permitir a introdução do vibrador e impedir a segregação dos agregados e a ocorrência de vazios no interior do pilar (item 18.2.1 da NBR 6118:2003).

As armaduras longitudinais colaboram para resistir à compressão, diminuindo a seção do pilar, e também resistem às tensões de tração. Além disso, têm a função de diminuir as deformações do pilar, especialmente as decorrentes da retração e da fluência.

O diâmetro das barras longitudinais não deve ser inferior a 10 mm e nem superior a 1/8 da menor dimensão da seção transversal (item 18.4.2.1 da NBR 6118:2003):

$$10 \text{ mm} \leq \phi_\ell \leq b/8$$

16.9.3 Limites da taxa de armadura longitudinal

Segundo o item 17.3.5.3 da NBR 6118:2003, a armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,min} = 0{,}15 \cdot \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0{,}004 \cdot A_c$$

O valor máximo da área total de armadura longitudinal é dado por:

$$A_{s,max} = 8\,\%\, A_c$$

A maior área de armadura longitudinal possível deve ser 8% da seção real, considerando-se inclusive a sobreposição de armadura nas regiões de emenda.

16.9.4 Número mínimo de barras

A NBR 6118:2003, no item 18.4.2.2, estabelece que as armaduras longitudinais devem ser dispostas de forma a garantir a adequada resistência do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro. A Figura 14 apresenta o número mínimo de barras para alguns tipos de seção.

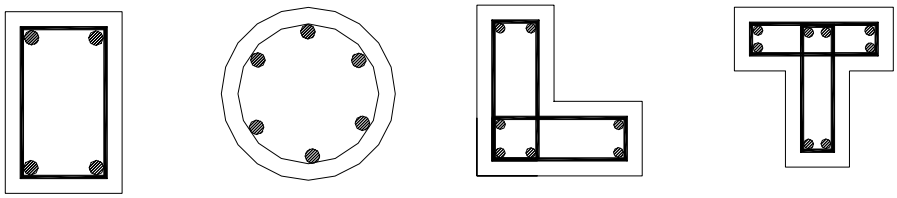

Figura 14. Número mínimo de barras

16.9.5 Espaçamento das barras longitudinais

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores (Figura 15):

$$a \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \phi_\ell \\ 1{,}2 \cdot d_{max} \text{ (diâmetro máximo do agregado)} \end{cases}$$

Esses valores se aplicam também às regiões de emenda por traspasse.

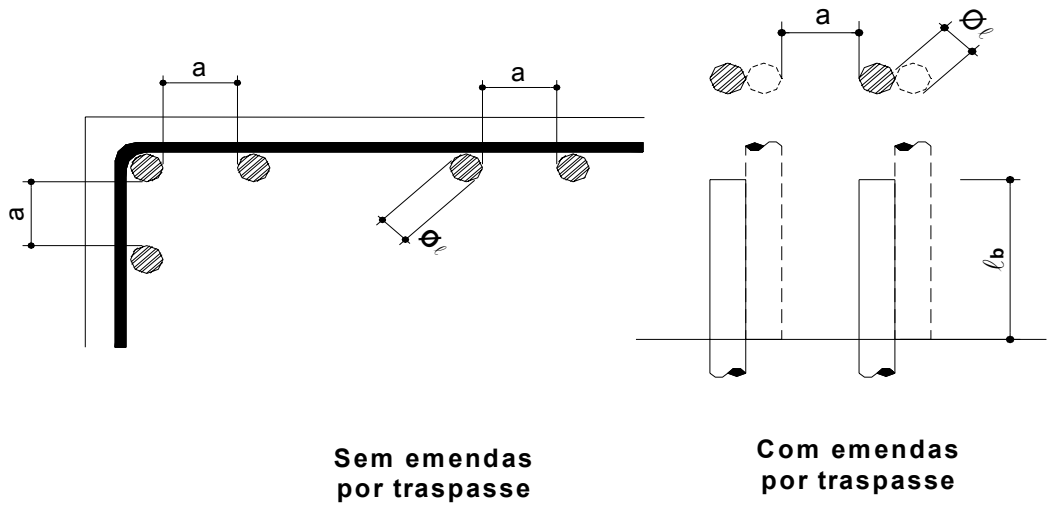

Figura 15. Espaçamento entre as barras da armadura longitudinal

Quando estiver previsto no plano de execução da concretagem o adensamento através de abertura lateral na face da fôrma, o espaçamento das armaduras deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador.

O espaçamento máximo s_ℓ entre os eixos das barras deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado, sem exceder 40 cm, ou seja:

$$s_\ell \leq \begin{cases} 2b \\ 40\ cm \end{cases}$$

Para LEONHARDT & MÖNNIG (1978) esse espaçamento máximo não deve ser maior do que 30 cm. Entretanto, para pilares com dimensões até 40 cm, basta que existam as barras longitudinais nos cantos.

16.9.6 Armaduras transversais

A armadura transversal de pilares, constituída por estribos e, quando for o caso, por grampos suplementares, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes (item 18.4.3 da NBR 6118:2003). Os estribos devem ser fechados, geralmente em torno das barras de canto, ancorados com ganchos que se transpassam, colocados em posições alternadas.

Os estribos têm as seguintes funções:

a) garantir o posicionamento e impedir a flambagem das barras longitudinais;
b) garantir a costura das emendas de barras longitudinais;
c) confinar o concreto e obter uma peça mais resistente ou dúctil.

De acordo com a NBR 6118:2003, o diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5 mm nem a 1/4 do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal, ou seja:

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \phi_\ell / 4 \end{cases}$$

Em pilares com momentos nas extremidades (portanto, nos pilares em geral), e nos pré-moldados, LEONHARDT & MÖNNIG (1978) recomendam que se disponham, nas suas extremidades, 2 a 3 estribos com espaçamento igual a $s_t/2$ e $s_t/4$ (Figura 16).

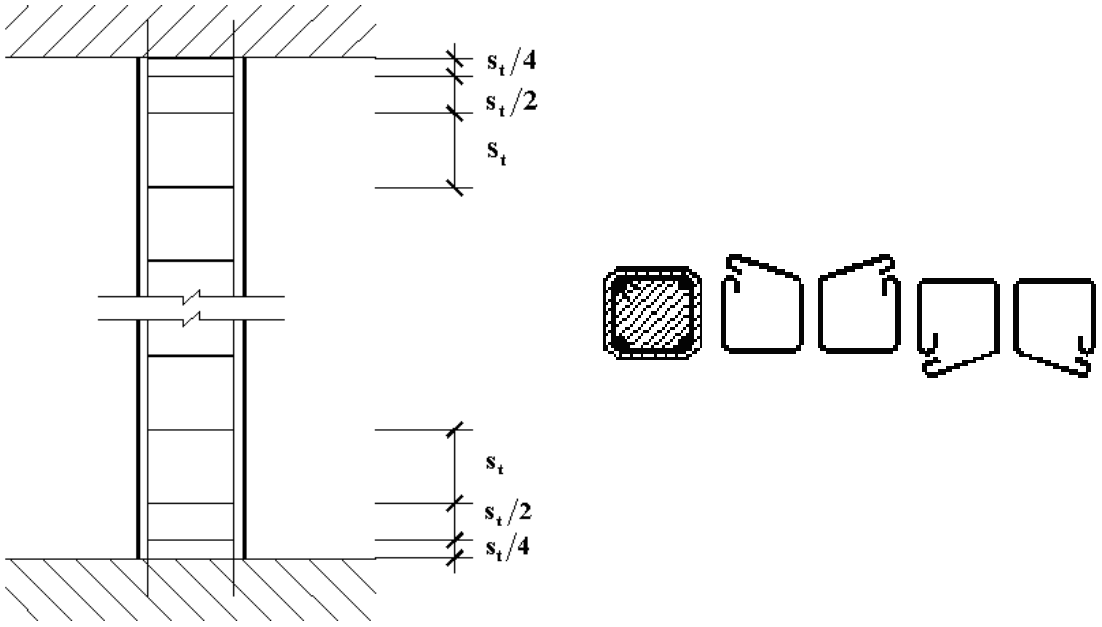

Figura 16. Estribos adicionais nos extremos e ganchos alternados (LEONHARDT & MÖNNIG, 1978)

FUSCO (1994) ainda comenta que, de modo geral, nos edifícios, os estribos não são colocados nos trechos de intersecção dos pilares com as vigas que neles se apóiam. Isso decorre do fato de a presença de estribos nesses trechos dificultar muito a montagem da armadura das vigas. A NBR 6118:2003 deixa claro que é obrigatória a colocação de estribos nessas regiões.

16.9.7 Espaçamento máximo dos estribos

O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

$$s_t \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ \text{menor dimensão da seção} \\ 12\phi_\ell \quad \text{para CA} - 50 \\ 25\phi_\ell \quad \text{para CA} - 25 \end{cases}$$

Permite-se adotar o diâmetro dos estribos $\phi_t < \phi_\ell/4$, desde que as armaduras sejam constituídas do mesmo tipo de aço e o espaçamento respeite também a limitação (f_{yk} em MPa):

$$s_{max} = 90.000 \cdot \left(\frac{\phi_t^2}{\phi_\ell}\right) \cdot \frac{1}{f_{yk}}$$

16.9.8 Estribos suplementares

Sempre que houver possibilidade de flambagem das barras da armadura, situadas junto à superfície, devem ser tomadas precauções para evitá-la. A NBR 6118:2003 (item 18.2.4) considera que os estribos poligonais garantem contra flambagem as barras longitudinais situadas em seus cantos e as por eles abrangidas, situadas no máximo à distância de $20\phi_t$ do canto, se nesse trecho de comprimento $20\phi_t$ não houver mais de duas barras, não contando a do canto (Figura 17).

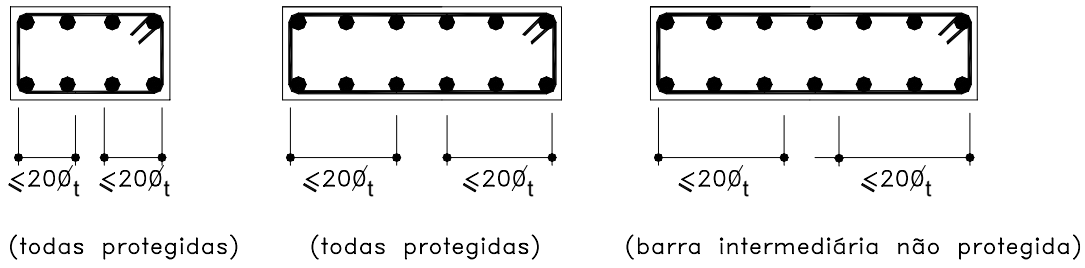

Figura 17. Proteção contra a flambagem das barras longitudinais (LEONHARDT & MÖNNIG, 1981)

Quando houver mais de duas barras no trecho de comprimento $20\phi_t$ ou barras fora dele, deve haver estribos suplementares. Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta, terminada em ganchos, ele deve atravessar a seção do pilar e os seus ganchos devem envolver a barra longitudinal.

Se houver mais de uma barra longitudinal a ser protegida junto à extremidade do estribo suplementar, seu gancho deve envolver um estribo principal em um ponto junto a uma das barras, o que deve ser indicado no projeto de modo bem destacado, como indicado na Figura 18. Essa amarra garantirá contra a flambagem essa barra encostada e mais duas no máximo para cada lado, não distantes dela mais de $20\phi_t$. No caso da utilização dessas amarras, para que o cobrimento seja respeitado, é necessário prever uma distância maior entre a superfície do estribo e a face do pilar.

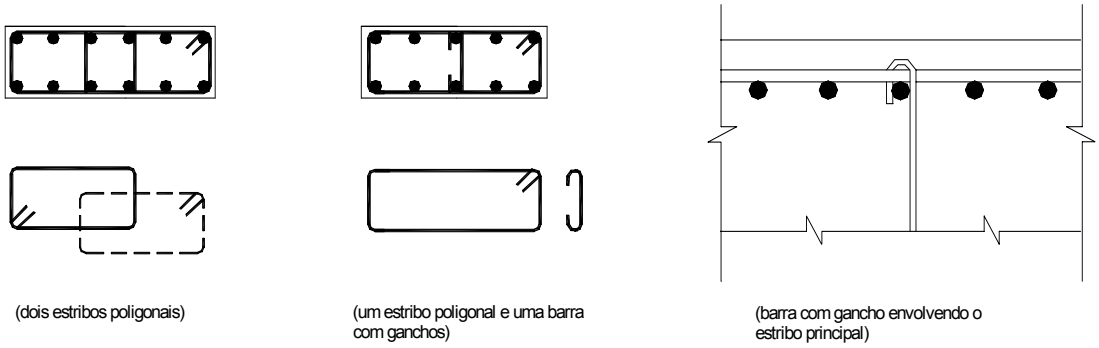

Figura 18. Estribos suplementares e ganchos

É oportuno comentar que a presença de estribos suplementares pode dificultar a concretagem. Uma alternativa seria concentrar as barras nos cantos, para evitar os estribos suplementares.

A NBR 6118:2003 comenta ainda que, no caso de estribos curvilíneos cuja concavidade esteja voltada para o interior do concreto, não há necessidade de estribos suplementares. Se as seções das barras longitudinais se situarem em uma curva de concavidade voltada para fora do concreto, cada barra longitudinal deve ser ancorada pelo gancho de um estribo reto ou pelo canto de um estribo poligonal.

16.10 EXEMPLOS DE CÁLCULO

Será feito o dimensionamento do pilar P5 (Figura 19 e Figura 20), utilizando-se o Método da Curvatura Aproximada, segundo a NBR 6118:2003.

16.10.1 Dados

- Concreto C25, aço CA 50;
- Cobrimento nominal c_{nom} = 2,5 cm e d'=4,0 cm;
- N_k = 650 kN;
- Comprimento do pilar: 290 cm (Figura 20);
- Seção transversal: 15 cm x 45 cm;
- Carga total na viga p_k = 24 kN/m.

Como a menor dimensão do pilar é inferior a 19 cm, no dimensionamento deve-se multiplicar as ações por um coeficiente adicional γ_n, indicado na Tabela 1, na qual **b** é a menor dimensão da seção transversal do pilar. Dessa forma, tem-se:

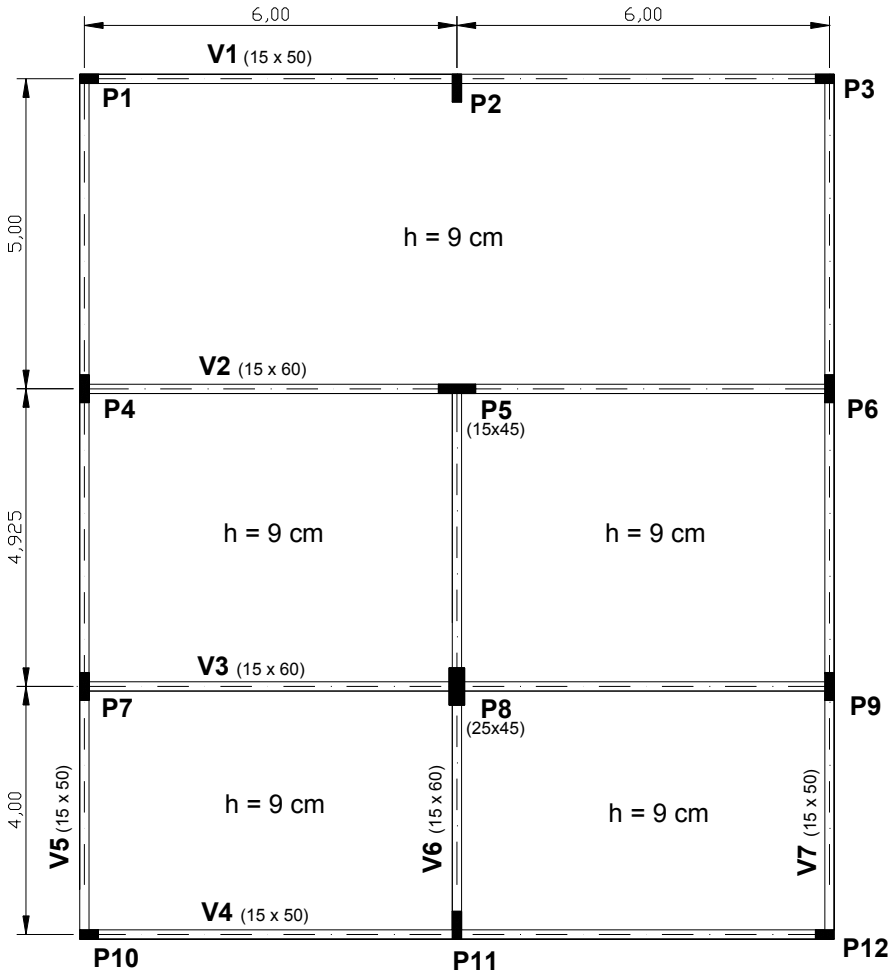

Figura 19. Planta de forma do edifício

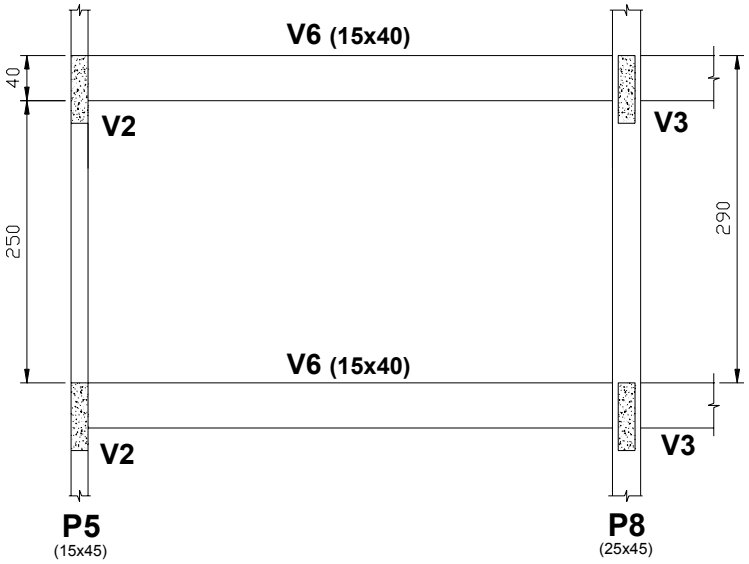

Figura 20. Vista lateral

$$\gamma_n = 1{,}20\,(b = 15cm) \Rightarrow N_d = \gamma_f \cdot \gamma_n \cdot N_k = 1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 650 \Rightarrow \mathbf{N_d = 1092\,kN}$$

$$\nu = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{1092}{15 \cdot 45 \cdot \frac{2{,}5}{1{,}4}} \therefore \mathbf{\nu = 0{,}91}$$

16.10.2 Comprimento equivalente, raio de giração e índice de esbeltez

O comprimento equivalente ℓ_e do pilar deve ser o menor dos seguintes valores:

$$\ell_e \le \begin{cases} \ell_0 + h \\ \ell \end{cases} \Rightarrow \ell_e \le \begin{cases} 250 + 15 = 265\,cm \\ 290\ \ cm \end{cases} \Rightarrow \ell_e = \mathbf{265\,cm}$$

Calculando-se o raio de giração e o índice de esbeltez, tem-se:

$$i = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{15}{\sqrt{12}} \therefore \mathbf{i = 4{,}33\ \ cm}$$

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} = \frac{265}{4{,}33} \therefore \mathbf{\lambda = 61{,}2}$$

16.10.3 Excentricidade inicial

Para o cálculo da excentricidade inicial, devem ser definidas algumas grandezas.

a) Vão efetivo da viga

O vão efetivo da viga V6 é calculado conforme a Figura 21.

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2$$

$$a_1 \le \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot t_1 = \frac{15}{2} = 7{,}5\,cm \\ \frac{1}{2} \cdot h = \frac{40}{2} = 20\,cm \end{cases} \Rightarrow \mathbf{a_1 = 7{,}5\,cm}$$

$$a_2 \le \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot t_2 = \frac{45}{2} = 22{,}5\,cm \\ \frac{1}{2} \cdot h = \frac{40}{2} = 20\,cm \end{cases} \Rightarrow \mathbf{a_2 = 20\,cm}$$

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2 = 462{,}5 + 7{,}5 + 20 \Rightarrow \ell_{ef} = \mathbf{490\,cm}$$

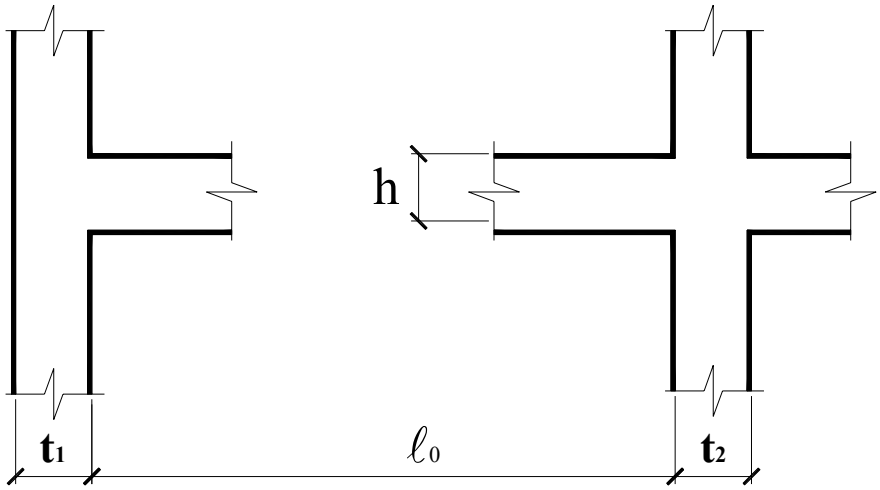

Figura 21. Vão efetivo da viga

b) Momentos na ligação viga-pilar

Para o cálculo dos momentos na ligação viga-pilar, será considerado o esquema apresentado na Figura 22. Portanto, para o caso em estudo, tem-se (Figura 23):

$$r_{sup} = r_{inf} = \frac{I}{\ell_e} = \frac{\frac{45 \cdot 15^3}{12}}{\frac{265}{2}} = \frac{12656{,}25}{132{,}5} \Rightarrow \mathbf{r_{sup} = r_{inf} = 95{,}5\,cm^3}$$

$$r_{vig} = \frac{I_{vig}}{l_{ef}} = \frac{\frac{15 \cdot 40^3}{12}}{490} = \frac{80000}{490} \Rightarrow \mathbf{r_{vig} = 163{,}3}$$

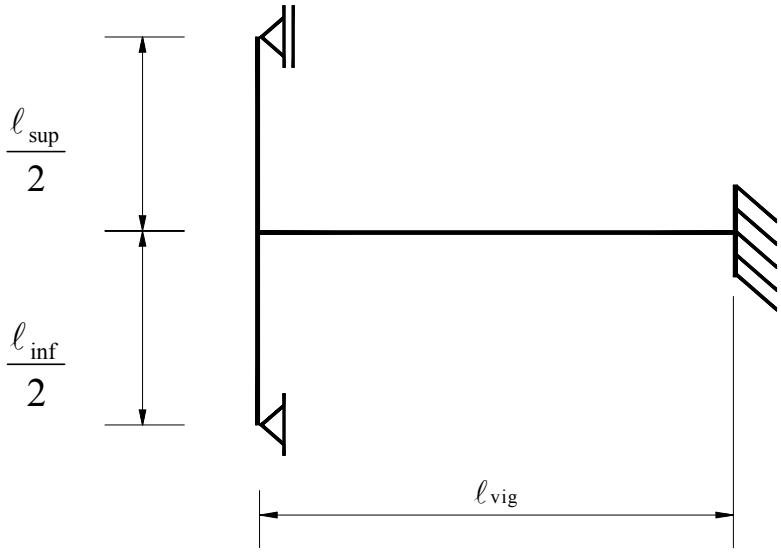

Figura 22. Esquema estático para cálculo do momento de ligação viga-pilar

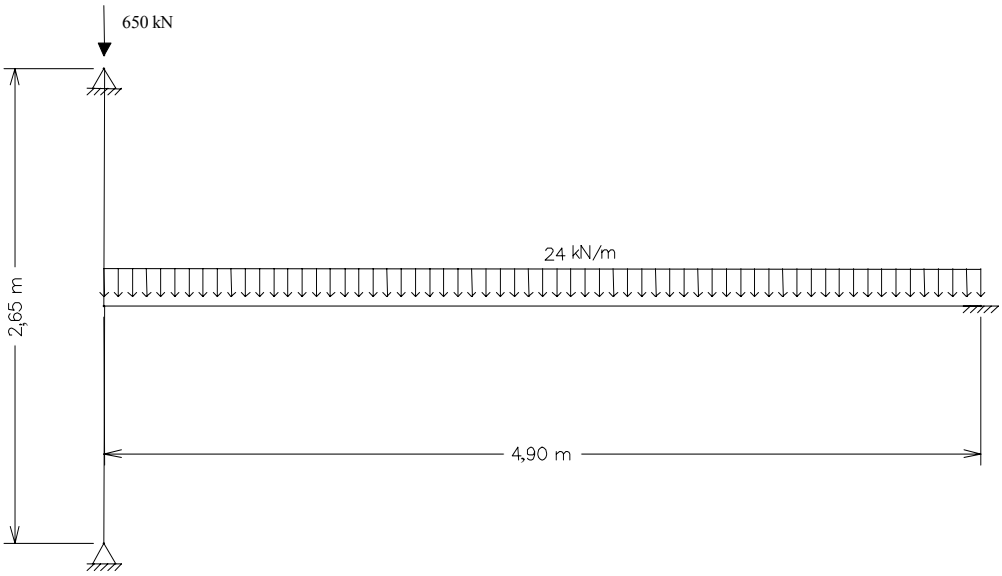

Figura 23. Esquema estático para pilar em estudo

$$M_{eng} = \frac{p \cdot \ell^2}{12} = \frac{24 \cdot 4{,}90^2}{12} \Rightarrow \mathbf{M_{eng} = 48{,}02\ kN \cdot m}$$

$$M_{\sup} = M_{eng} \cdot \frac{3 \cdot r_{\sup}}{3 \cdot r_{\sup} + 4 \cdot r_{vig} + 3 \cdot r_{\inf}} = 48{,}02 \cdot \frac{3 \cdot 95{,}5}{3 \cdot 95{,}5 + 4 \cdot 163{,}3 + 3 \cdot 95{,}5} \Rightarrow \mathbf{M_{sup} = 11{,}22\ kN \cdot m}$$

$$M_{\inf} = M_{eng} \cdot \frac{3 \cdot r_{\inf}}{3 \cdot r_{\inf} + 4 \cdot r_{vig} + 3 \cdot r_{\sup}} = 48{,}02 \cdot \frac{3 \cdot 95{,}5}{3 \cdot 95{,}5 + 4 \cdot 163{,}3 + 3 \cdot 95{,}5} \Rightarrow \mathbf{M_{inf} = 11{,}22\ kN \cdot m}$$

$$M_{vig} = M_{\sup} + M_{\inf} = 11{,}22 + 11{,}22 = 22{,}44\ kN.m$$

O momento total no topo e base do pilar em estudo resulta:

$$\mathrm{M_{d,\,topo}} = -\mathrm{M_{d,\,base}} = 1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 11{,}22 \Rightarrow \mathbf{M_{d,\,topo} = -M_{d,\,base} = 18{,}85\ kN \cdot m = 1885\ kN \cdot cm}$$

c) Excentricidade inicial no topo e na base

$$e_i = \frac{M_d}{\mathrm{N_d}} = \frac{1885}{1092} \Rightarrow \mathbf{e_i = 1{,}73\ cm}$$

d) Momento mínimo

$$M_{1d,\min} = N_d \left(0{,}015 + 0{,}03 \cdot h\right) = 1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 650 \cdot \left(0{,}015 + 0{,}03 \cdot 0{,}15\right) \Rightarrow \mathbf{M_{1d,min} = 21{,}29\ kN.m}$$

e) Verificação da dispensa dos efeitos de 2ª ordem

Para pilares biapoiados sem cargas transversais, e sendo os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar $M_A = -M_B = 18{,}85\ kN.m < M_{1d,min} = 21{,}29\ kN.m$, tem-se, segundo o item 15.8.2.d da NBR 61128:2003:

$$\boldsymbol{\alpha_b = 1{,}0}$$

Considerando-se $e_1 = 0$, resulta:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12{,}5 \cdot e_1/h}{\alpha_b} = \frac{25}{1{,}0} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda_1 = 25}$$

$$35 \le \lambda_1 \le 90 \Rightarrow \boldsymbol{\lambda_1 = 35}$$

Como $\lambda = 61{,}2 > \lambda_1 = 35 \Rightarrow$ Devem ser considerados os efeitos de 2ª ordem.

16.10.4 Método da Curvatura Aproximada

$$M_{1d,min} = N_d\left(0{,}015 + 0{,}03 \cdot h\right) = 1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 650 \cdot \left(0{,}015 + 0{,}03 \cdot 0{,}15\right) \Rightarrow \mathbf{M_{1d,min} = 21{,}29\ kN.m}$$

$$\left(M_{1d,A} = 18{,}85\ kN.m\right) < \left(M_{1d,mín} = 21{,}29\ kN.m\right) \therefore \mathbf{M_{1d,A} = 21{,}29\ kN.m}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0{,}005}{h(\nu + 0{,}5)} \le \frac{0{,}005}{h} \leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{0{,}005}{0{,}15(0{,}91 + 0{,}5)} = 0{,}0236 \le \frac{0{,}005}{0{,}15} = 0{,}033 \therefore \mathbf{\frac{1}{r} = 0{,}0236}$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} = 1{,}0 \cdot 21{,}29 + 1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 650 \cdot \frac{2{,}65^2}{10} \cdot 0{,}0236 = \mathbf{39{,}39\ kN.m}$$

$$e_{tot} = \frac{M_{d,tot}}{N_d} = \frac{39{,}39}{1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 650} = \mathbf{3{,}61\ cm}$$

$$\mu = \frac{\nu \cdot e_{tot}}{h} = \frac{0{,}91 \cdot 3{,}61}{15} \therefore \boldsymbol{\mu = 0{,}22}$$

Será considerado:

$$\frac{d'}{h} = \frac{4}{15} = 0{,}27 \cong 0{,}25$$

Utilizando-se o ábaco A-5 de Venturini (1987), obtém-se:

$$\omega = 0{,}90 \Rightarrow A_s = \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \omega = \frac{15 \cdot 45 \cdot \frac{2{,}5}{1{,}4}}{\frac{50}{1{,}15}} = 27{,}72 \cdot \omega = 27{,}72 \cdot 0{,}90 \therefore \mathbf{A_S = 24{,}95\ cm^2}$$

Taxa de Armadura: $\rho = \dfrac{24,95}{15 \times 45} = 3,70\%$

Armadura adotada: 12 ϕ 16 mm (24,0 cm²). Alternativa: 8 ϕ 20 mm (25,20 cm²)

16.10.5 Estribos

a) Diâmetro

$$\phi_t \geq \begin{cases} \phi_\ell / 4 = 16/4 = 4\text{ mm} \\ 5\text{ mm} \end{cases}$$

Adotado ϕ_t = 5 mm

b) Espaçamento

$$\phi_t \geq \begin{cases} 15\text{ cm (menor dimensão)} \\ 12\phi_\ell = 12 \cdot 1,6 = 19,2\text{ cm} \\ 20\text{ cm} \end{cases}$$

Adotado s = 15 cm

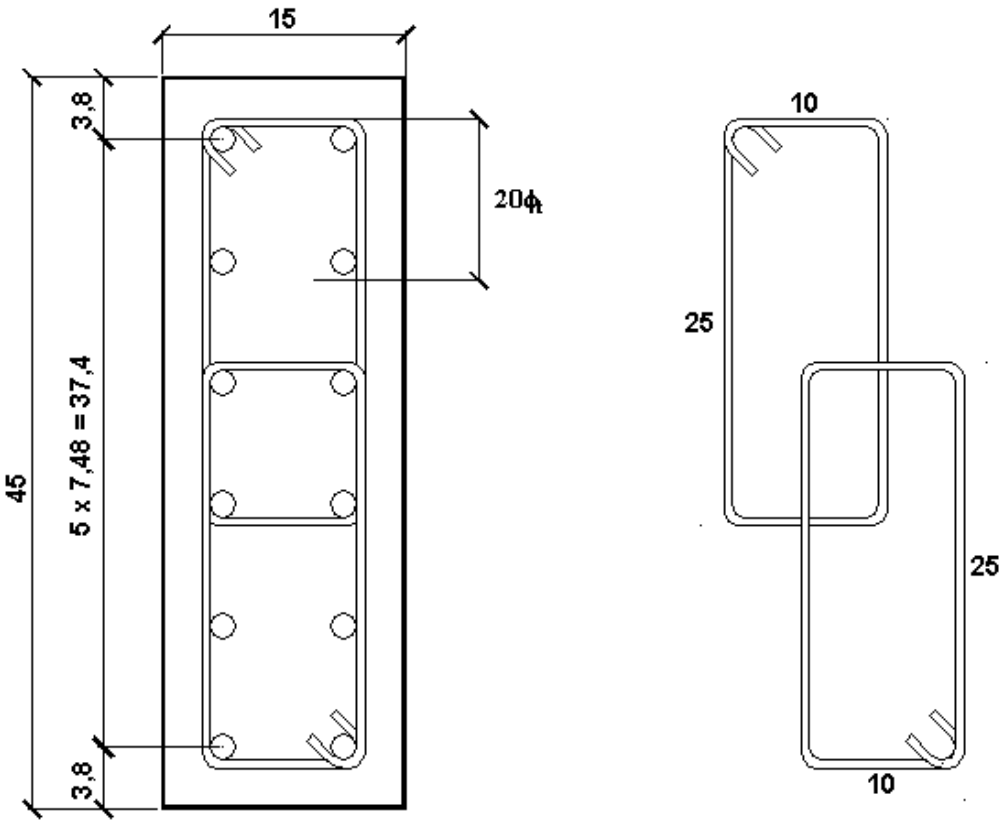

Figura 24. Detalhe da seção: 12 ϕ 16, estribos ϕ 5 c/ 15

c) Estribos suplementares

$20\phi_t = 20 \cdot 0{,}5 = 10\ \text{cm}$

As quatro barras centrais precisam de estribo suplementar. São adotados os estribos múltiplos, indicados na Figura 24.

16.10.6 Método da Rigidez κ Aproximada

Utilizando as eq.(3) e (4), item 16.7.4, tem-se:

- **1ª Iteração:**

Será adotado para 1ª aproximação o momento total obtido pelo método anterior.

$$\left(M_{d,tot}\right)_{1.0} = 39{,}39\ \text{kN.m} \Leftrightarrow \left(\kappa/\nu\right)_1 = 32\left(1 + 5\frac{39{,}39}{0{,}15 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}4 \cdot 650}\right) \therefore \left(\boldsymbol{\kappa/\nu}\right)_1 = \mathbf{70{,}48}$$

$$\left(M_{d,tot}\right)_{1.1} = \frac{1{,}0 \cdot 21{,}29}{1 - \dfrac{61{,}20^2}{120 \cdot 70{,}48}} = 38{,}21\ \text{kN.m}$$

Para a segunda iteração, pode-se considerar como estimativa razoável a média entre os valores anteriores:

$$\left(M_{d,tot}\right)_{2.0} = \frac{39{,}39 + 38{,}21}{2} \Rightarrow \left(\mathbf{M_{d,tot}}\right)_{\mathbf{2.0}} = \mathbf{38{,}80\ \ kN.m}$$

- **2ª Iteração:**

$$\left(\mathbf{M_{d,tot}}\right)_{\mathbf{2.0}} = \mathbf{38{,}80\ kN.m} \Leftrightarrow \left(\kappa/\nu\right)_1 = 32\left(1 + 5\frac{38{,}80}{0{,}15 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}4 \cdot 650}\right) \therefore \left(\boldsymbol{\kappa/\nu}\right)_2 = \mathbf{69{,}90}$$

$$\left(M_{d,tot}\right)_{2.1} = \frac{1{,}0 \cdot 21{,}29}{1 - \dfrac{61{,}20^2}{120 \cdot 69{,}90}} = 38{,}47\ \text{kN.m}$$

Adotando-se a média dos dois últimos valores, tem-se:

$$\left(M_{d,tot}\right)_{3.0} = \frac{38{,}80 + 38{,}47}{2} \Rightarrow \left(\mathbf{M_{d,tot}}\right)_{\mathbf{3.0}} = \mathbf{38{,}64\ kN.m}$$

$$e_{tot} = \frac{M_{d,tot}}{N_d} = \frac{38{,}64}{1{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 650} \therefore \mathbf{e_{tot} = 0{,}0354\ m = 3{,}54\ cm}$$

$$\mu = \frac{\nu \cdot e_{tot}}{h} = \frac{0{,}91 \cdot 3{,}54}{15} \therefore \boldsymbol{\mu = 0{,}21}$$

Utilizando-se o ábaco A-5 de Venturini (1987), obtém-se:

$$\omega = 0{,}88 \Rightarrow A_s = \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \omega = \frac{15 \cdot 45 \cdot \frac{2{,}5}{1{,}4}}{\frac{50}{1{,}15}} \cdot 0{,}86 = 27{,}72 \cdot 0{,}88 \therefore \mathbf{A_s = 24{,}39\ cm^2}$$

Taxa de Armadura: $\boldsymbol{\rho = \frac{24{,}39}{15 \times 45} = 3{,}61\%}$ (2% menor que o anterior)

O dimensionamento também pode ser feito usando programas computacionais, como por exemplo os encontrados no site:

www.cesec.ufpr.br/concretoarmado

16.11 CONCLUSÕES

Inicialmente, é importante salientar que a excentricidade de 1ª ordem e_1 não inclui a excentricidade acidental e_a, apenas a excentricidade inicial e_i, sendo que a excentricidade acidental não interfere no resultado quando $M_{1d,A} > M_{1d,\ Min}$, pois este último leva em conta uma excentricidade acidental mínima.

No cálculo de λ_1, a NBR 6118 não deixa claro qual a seção em que se deve considerar a excentricidade de primeira ordem e_1. Para pilares usuais de edifícios, ainda se pode imaginar que e_1 deva ser considerado no centro do pilar. No entanto, para pilares em balanço, existe a dúvida sobre onde considerar a excentricidade, se no meio do pilar ou no engaste.

Para se determinar a influência da solidariedade dos pilares com a viga, no cálculo do momento atuante no pilar, pode-se considerar o esquema estático da Figura 17. No entanto, os coeficientes da NBR 6118:2003 não estão em acordo com esse esquema, conforme pode ser constatado no item 14.6.7.1 dessa Norma.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118:2003 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, ABNT.

FUSCO, P. B. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. São Paulo, Editora Pini, 1994.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1978). *Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado.* Rio de Janeiro, Interciência.

MARTHA, L. F. (2001). *Ftool – two-dimensional frame analysis tool.* Versão Educacional 2.09. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio. Departamento de Engenharia Civil e Tecgraf/PUC-Rio – Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica. Disponível em <http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftool>.

VENTURINI, W. S.; RODRIGUES, R. O. (1987). *Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta.* EESC/USP, São Carlos.

Site: www.cesec.ufpr.br/concretoarmado (programas para cálculo de flexão composta normal e oblíqua)